

تخمین عمق بی‌هنجاری‌های سه‌بعدی مغناطیسی با استفاده از تبدیل هیلبرت با کاربرد سیگنال تحلیلی سه‌بعدی، مطالعه موردی: معدن سنگ آهن، خیرآباد، سیرجان

محمدر سول نیک‌بخش^۱، میرستار مشین‌چی اصل^{۲*}، حمیدرضا سیاه‌کوهی^۳ و محسن اویسی موخر^۴

^۱دانشجوی دکترا، گروه ژئوفیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

^۲استادیار، گروه ژئوفیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

^۳استاد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

^۴استادیار، گروه ژئوفیزیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۶/۲۲

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۳/۰۵

چکیده

تخمین عمق و ضخامت توده‌های معدنی یکی از مهم‌ترین اهداف اکتشافات است. از این رو روش‌های متعددی در سال‌های اخیر پیشنهاد شده است. در این مقاله با استفاده از تبدیل هیلبرت دوبعدی، عمق و ضخامت بی‌هنجاری‌های سه‌بعدی مدل صفحه نازک محاسبه شده است. تبدیل فوریه-هیلبرت نقش مهمی در سیگنال تحلیلی ایفا می‌کند. از آنجا که تابع میدان کل بی‌هنجاری‌های مغناطیسی خواص لازم سیگنال تحلیلی را دارد؛ از این تابع می‌توان در تفسیر داده‌های شبکه‌بندی شده بر حسب منشأهای سه‌بعدی استفاده کرد. تبدیل فوریه-هیلبرت دامنه تابع را تغییر نمی‌دهد در این مقاله از تبدیل هیلبرت و سیگنال تحلیلی سه‌بعدی برای محاسبه عمق و ضخامت یک صفحه نازک سه‌بعدی مدل‌سازی شده توسط روش تالوانی برای داده‌های بدون نوفه و نوفه‌دار استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که تبدیل هیلبرت برای تخمین عمق مدل مورد نظر، برای داده‌های بدون نوفه، خطای کمتر از ۳ درصد و برای داده‌های نوفه‌دار برای سطح نوفه ۱۵ درصد، خطای نزدیک به ۸ درصد دارد. همچنین روش پیشنهادی روی داده‌های میدانی، معدن سنگ آهن خیرآباد در ۵ کیلومتری شمال شرقی معدن گل‌گهر در شهرستان سیرجان مورد بررسی واقع شده است؛ که نتایج به دست آمده با مقایسه با روش اویلر و گزارش حفاری منطقه مورد مطالعه مطابقت دارد که استفاده از تبدیل هیلبرت برای تعیین عمق بی‌هنجاری‌های میدانی مورد تأیید قرار می‌گیرد.

کلیدواژه‌ها: بی‌هنجاری‌های سه‌بعدی، اکتشاف توده معدنی، تبدیل هیلبرت، سیگنال تحلیلی، معدن خیرآباد سیرجان.

E-mail: m.meshinchi@srbiau.ac.ir

*نویسنده مسئول: میرستار مشین‌چی اصل

۱- پیش‌نوشتار

تفسیر بی‌هنجاری‌های مغناطیسی و گرانی به دلیل مبهم بودن این بی‌هنجاری‌ها سخت و پیچیده است (Fedi et al., 2010). هدف اصلی و مهم تفسیر داده‌های مغناطیسی، تخمین پارامترهای مدل ساختارهای مدفون است. به همین منظور روش‌های متعددی برای تفسیر پیشنهاد شده است (Abo-Ezz and Essa, 2015) شامل: روش تبدیل هیلبرت (Mohan et al., 1982)، روش تخمین عمق اویلر (Thompson, 1982)، روش معکوس سه‌بعدی (Li and Oldenburg, 1996)، روش گرادیان (Berezkin et al., 1994)، روش SPI (Thurston and Smith, 1997)، روش شبکه‌های عصبی (Hajian et al., 2012)، روش LWN (Salem et al., 2005)، روش تبدیل موجک (Cooper, 2006)، روش DEXP (Fedi, 2007)، روش زاویه تیلت (Salem et al., 2007)، روش چندمقیاسی (Cella et al., 2009) و روش سیگنال تحلیلی (Ma and Du, 2012). هدف مشترک اکثر روش‌های پیشنهاد شده، تفسیر کمی داده‌های مغناطیسی برای تخمین پارامترهای هندسی بی‌هنجاری‌های مغناطیسی و ساختارهای زمین‌شناسی است (Selim, 2016).

تبدیل هیلبرت یکی از روش‌های عددی برای محاسبه عمق بی‌هنجاری‌های مغناطیسی بوده که مهم‌ترین پارامترهای هندسی ساختارها و بی‌هنجاری‌های اکتشاف شده است. تئوری تبدیل هیلبرت نزدیک به تئوری تبدیل فوریه است؛ هر دو یک تبدیل انتگرالی هستند. کاربرد تبدیل هیلبرت در ژئوفیزیک از سال ۱۹۷۰ شروع شده است (Bracewell, 1985). هدف استفاده از تبدیل هیلبرت در مطالعات ژئوفیزیک ایجاد معادلات بیشتر برای تعیین پارامترهای ساختارهای مدفون با کاربرد گرادیان کامل داده‌های قابل دسترس است (Zhou et al., 2015). برای تعیین پارامترهای ساختارهای مدفون از ریشه‌ها و نقاط تقاطع پتانسیل بی‌هنجاری و گرادیان کامل پتانسیل بی‌هنجاری استفاده می‌شود. (Sundararajan and Al-Lazki, 2011) تبدیل هیلبرت دوبعدی را به شکل کتانژانت، تابع سینک و ماتریس بیان کردند. Nabighian (1972) تبدیل هیلبرت دوبعدی را با استفاده از تابع signum و همچنین

با تعمیم روابط کوشی-ریمن یک‌بعدی به دوبعدی برای توابع پتانسیلی دوبعدی استفاده کرد. تبدیل هیلبرت دوبعدی از دو قسمت شامل مؤلفه‌های x و y تشکیل شده است. مزیت این روش این است که مشتق افقی و قائم میدان پتانسیل سه‌بعدی، تبدیل هیلبرت یکدیگر هستند. در ایران باقری‌آشنا و ابراهیم‌زاده اردستانی (۱۳۹۳) برای برآورد عمق بی‌هنجاری‌های گرانی حاصل از شکل‌های هندسی منظم از تبدیل هیلبرت تغییر یافته استفاده کرده‌اند. در ادامه در این پژوهش از تبدیل هیلبرت برای برآورد عمق بی‌هنجاری‌های سه‌بعدی مغناطیسی استفاده شده است. در ابتدا توسط روش تالوانی یک صفحه نازک مدل‌سازی شده و سپس توسط تبدیل هیلبرت برای دو مدل با عمق‌های متفاوت، تخمین عمق صورت گرفته است. همچنین این روش روی داده‌های میدانی بررسی شده است.

۲- تئوری تبدیل فوریه-هیلبرت دوبعدی

تبدیل هیلبرت دوبعدی به چندین شکل مختلف بیان شده است. شکل کتانژانت، تابع سینک و دیگر شکل‌ها.

شکل کتانژانت تبدیل هیلبرت به صورت روابط زیر بیان می‌شود

(Nabighian, 1985):

$$HT(i, j) = \frac{2}{N_1 N_2} \cot \frac{\pi}{N_1} i + \frac{2}{N_1 N_2} \cot \frac{\pi}{N_2} j = HT_1 + HT_2 \quad (1)$$

که در این رابطه:

$$\begin{cases} HT_1 = \frac{2}{N_1 N_2} \cot \frac{\pi}{N_1} i \\ HT_2 = \frac{2}{N_1 N_2} \cot \frac{\pi}{N_2} j \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, N_1 - 1, \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots, N_2 - 1$$

N_1 تعداد نقاط برداشت شده در راستای محور x ها و N_2 تعداد نقاط برداشت شده

در راستای محور y هاست.

تبدیل هیلبرت دوبعدی در حوزه فرکانس به صورت زیر بیان می‌شود:

در نتیجه:

$$H_1 F \frac{\partial \Delta T}{\partial z} = (H_1 \cdot H_1 + H_2 \cdot H_2) F \frac{\partial \Delta T}{\partial x} = -F \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \quad (11)$$

و در نهایت مفهوم سیگنال تحلیلی دوبعدی به سه‌بعدی تعمیم داده می‌شود:

$$F \left[\frac{\partial \Delta T}{\partial x} + \frac{\partial \Delta T}{\partial y} + i \frac{\partial \Delta T}{\partial z} \right] = \left(1 + \frac{p}{(p^2+q^2)^{1/2}} \right) F \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + \left(1 + \frac{q}{(p^2+q^2)^{1/2}} \right) F \frac{\partial \Delta T}{\partial y} \quad (12)$$
 ذکر این نکته ضروری است که حل عددی رابطه ۱۱ بسیار پایدار است؛ به دلیل اینکه مقادیر H_1 و H_2 از ± 1 تجاوز نمی‌کند.

۳- مدل‌سازی و کاربرد روش روی داده‌های مصنوعی

در این مقاله ابتدا با استفاده از روش Talwani (1965) میدان مغناطیسی ΔT صفحه نازک سه‌بعدی مدل‌سازی شده است. در گام اول برای داده‌های بدون نوفه با استفاده از روش تبدیل هیلبرت عمق صفحه نازک محاسبه و در مرحله بعدی با اضافه کردن نوفه ۵ و ۱۰ درصدی دقت این روش در محاسبه عمق بررسی شده است.

۳-۱. مدل‌سازی صفحه نازک به روش تالوانی

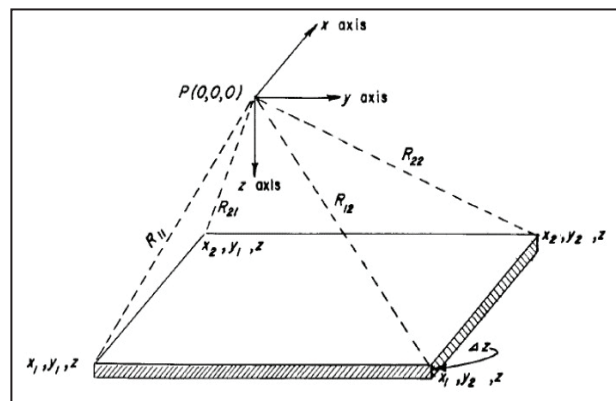
Talwani (1965) از میدان مغناطیسی صفحه نازک با استفاده از لایه‌های مستطیلی با ابعاد محدود برای ساده کردن روابط استفاده کرد؛ در این روش محدودیتی در جهت بردار مغناطش وجود ندارد (شکل ۱).

میدان مغناطیسی صفحه نازک با ابعاد محدود با رابطه زیر بیان می‌شود:

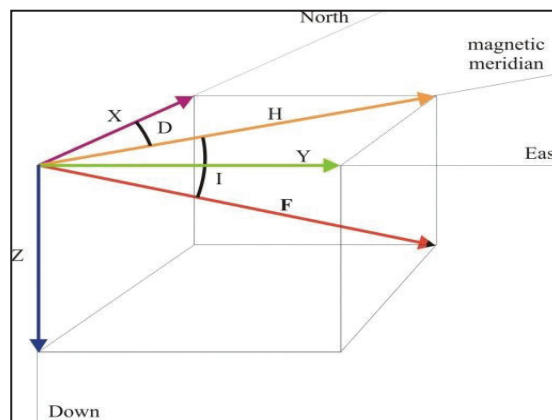
$$\Delta T = J_x (V_1 \cos D \cos I + V_2 \sin D \cos I + V_3 \sin I) + \quad (13)$$

$$J_y (V_2 \cos D \cos I + V_4 \sin D \cos I + V_5 \sin I) + J_z (V_3 \cos D \cos I + V_5 \sin D \cos I + V_6 \sin I)$$

که در این رابطه J_x و J_y و J_z مؤلفه‌های بردار مغناطیس‌شدگی به ترتیب در جهت محورهای x ، y و z زاویه میل مغناطیسی و D زاویه انحراف از قطب شمال مغناطیسی است (شکل ۲).



شکل ۱- موقعیت صفحه نازک راست گوشه محدود، نسبت به مبدا مختصات کارترین (Talwani, 1965).



شکل ۲- تقسیم بردار مغناطیس‌شدگی J به سه مؤلفه J_x ، J_y ، J_z به (X, Y, Z) .

$$HT(p, q) = -isgn(p, q) = H_1 \hat{e}_x + H_2 \hat{e}_y \quad (2)$$

که در این رابطه:

$$sgn(p, q) = \left(\frac{p}{(p^2+q^2)^{1/2}} \right) \hat{e}_x + \left(\frac{q}{(p^2+q^2)^{1/2}} \right) \hat{e}_y \quad (3)$$

\hat{e}_x ، \hat{e}_y بردارهای یک‌جهت در دو جهت X و Y و p ، q اعداد موج در تبدیل فوریه هستند.

$$\begin{cases} H_1 = \frac{-ip}{(p^2+q^2)^{1/2}} \\ H_2 = \frac{-iq}{(p^2+q^2)^{1/2}} \end{cases} \quad (4)$$

اگر ΔT تابع پتانسیل سه‌بعدی در نظر گرفته شود؛ با توجه به رابطه سیگنال تحلیلی سه‌بعدی و تبدیل هیلبرت دوبعدی، روابط بین مشتق‌های افقی و قائم تابع پتانسیل ΔT محاسبه می‌شوند (Sundararajan and Srinivas, 2010):

$$A(x, y) = \Delta T - iHT(\Delta T) \quad (5)$$

$$A(x, y) = \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + \frac{\partial \Delta T}{\partial y} + i \frac{\partial \Delta T}{\partial z} \quad (6)$$

با استفاده از روابط ۱ و ۲ تبدیل هیلبرت-فوریه به شکل زیر در می‌آید:

$$F \frac{\partial \Delta T}{\partial z} = H_1 F \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + H_2 F \frac{\partial \Delta T}{\partial y} \quad (7)$$

که در این رابطه F تبدیل فوریه و $\frac{\partial \Delta T}{\partial z}$ مشتق قائم است. $\frac{\partial \Delta T}{\partial y}$ و $\frac{\partial \Delta T}{\partial x}$ مشتقات جزئی ΔT به ترتیب در راستای x و y هستند. در ادامه با ضرب عددی H_1 در رابطه ۳ به رابطه ۴ حاصل می‌شود:

$$H_1 F \frac{\partial \Delta T}{\partial z} = (H_1 \cdot H_1) F \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + (H_1 \cdot H_2) F \frac{\partial \Delta T}{\partial y} \quad (8)$$

با توجه به رابطه زیر رابطه ۸ کامل می‌شود:

$$H_1 F \frac{\partial \Delta T}{\partial y} = H_2 F \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \quad (9)$$

از آنجا که:

$$H_1 \cdot H_1 + H_2 \cdot H_2 = -1 \quad (10)$$

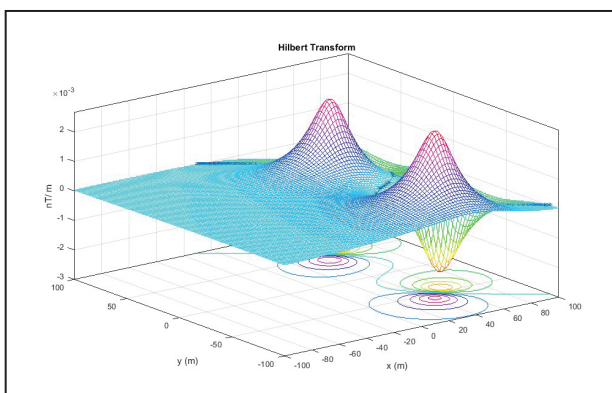
۳-۲. مدل با داده‌های بدون نوفه

در این بخش روش حاضر را روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل صفحه نازک با ضخامت ۵ متر و دو عمق ۱۵ و ۳۰ متر در یک شبکه 100×100 متر بررسی و پاسخ مغناطیسی مدل ذکر شده در شکل ۳ نشان داده شده است. در ادامه با استفاده از رابطه تبدیل هیلبرت تابع مدل با عمق ۱۵ متر به دست آمده است (شکل ۴). با محاسبه ریشه‌های تابع تبدیل هیلبرت به صورت هندسی، که صفحه‌های $x = -3/5$ و $y = 90$ است و قرار دادن ریشه‌های معادله تبدیل هیلبرت در معادله مدل ذکر شده عمق مدل $Z = 15/4 \text{ m}$ محاسبه شده است (شکل ۵). در ادامه برای مدل با عمق ۳۰ متر با محاسبه ریشه‌های تابع تبدیل هیلبرت، $x = 50.5$ و $y = -48$ (شکل ۶) و جایگزینی در رابطه مدل ذکر شده، عمق $Z = 30$ متر محاسبه می‌شود (شکل ۷). نتایج به صورت خلاصه در جدول ۱ آورده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عمق، دقت روش تبدیل

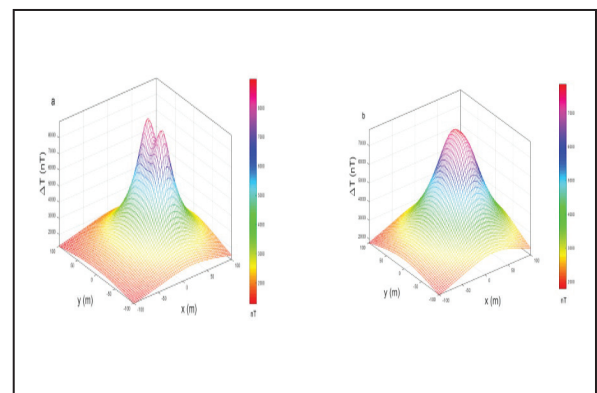
هیلبرت در تخمین عمق افزایش می‌یابد.

۳-۳. مدل با داده‌های نوفه تصادفی

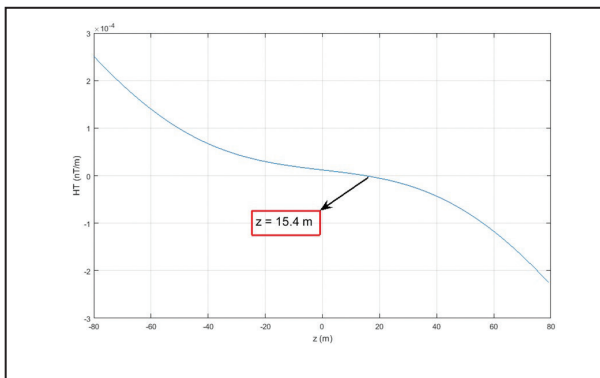
در این بخش با اضافه کردن ۱۰ درصد نوفه تصادفی به داده‌های مدل ذکر شده در بخش قبل، دقت روش حاضر در محاسبه پارامترهای مدل برای داده‌های نوفه‌دار مورد بررسی قرار گرفته است؛ در مدل با عمق ۱۵ متر برای داده‌های نوفه‌دار عمق $16/37$ متر (شکل ۸) و در مدل با عمق ۳۰ متر برای داده‌های نوفه‌دار عمق $31/6$ متر محاسبه می‌شود (شکل ۹). نتایج به طور خلاصه در جدول ۲ آورده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با اضافه کردن نوفه ۱۰ درصد، خطای تخمین عمق برای مدل با عمق ۱۵ متر، نزدیک به ۹ درصد و برای مدل با عمق ۳۰ متر کمتر از ۶ درصد است که می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش عمق نسبت به ضخامت صفحه، خطای تخمین عمق کاهش می‌یابد.



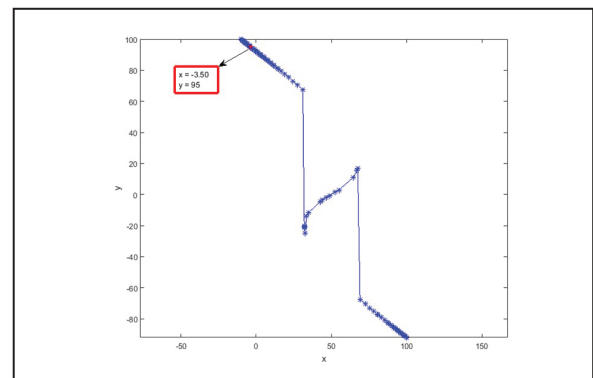
شکل ۴- تبدیل هیلبرت مدل با عمق ۱۵ متر.



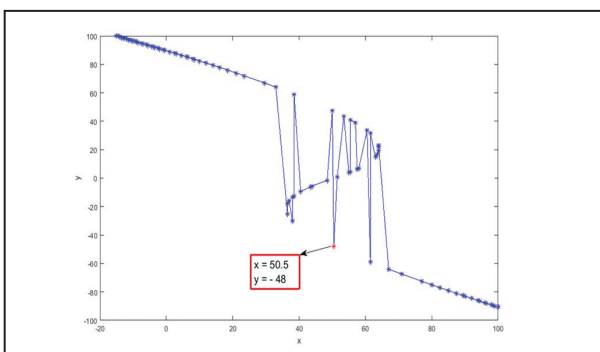
شکل ۳- مدل‌سازی مستقیم صفحه نازک سه بعدی توسط روش تالوانی. (a) مدل با عمق ۱۵ متر؛ (b) مدل با عمق ۳۰ متر.



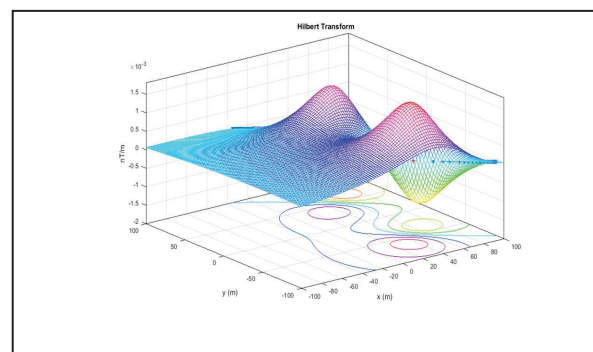
شکل ۶- تخمین عمق مدل با عمق فرض شده ۱۵ متر.



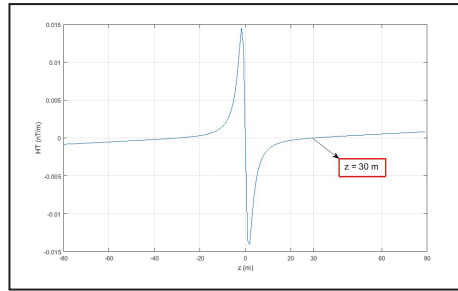
شکل ۵- محاسبه ریشه تبدیل هیلبرت مدل با عمق ۱۵ متر توسط روش نیوتن (ستاره قرمز).



شکل ۸- محاسبه ریشه تبدیل هیلبرت مدل با عمق ۳۰ متر توسط روش نیوتن (ستاره قرمز).



شکل ۷- تبدیل هیلبرت مدل با عمق ۳۰ متر.



شکل ۹- تخمین عمق مدل با عمق فرض شده ۳۰ متر.

جدول ۱- نتایج عمق محاسبه شده دو مدل با عمق‌های متفاوت توسط تبدیل هیلبرت.

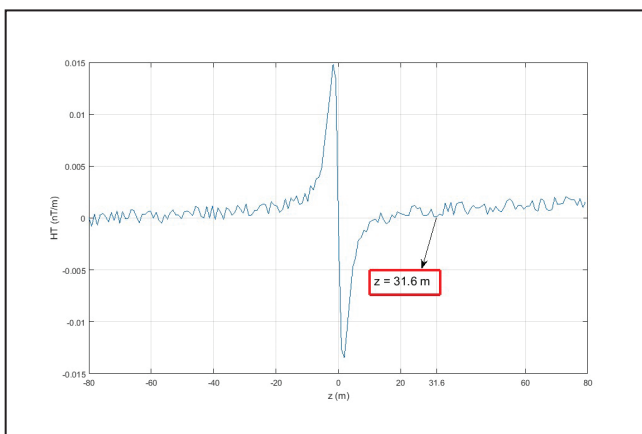
شماره مدل	عمق فرض شده (متر)	عمق محاسبه شده (متر)	خطای تخمین عمق درصد
۱	۱۵	۱۵/۴	۲/۶
۲	۳۰	۳۰	۰

جدول ۲- نتایج تخمین عمق مدل فرض شده بعد از اضافه کردن ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد نوفه تصادفی توسط تبدیل هیلبرت.

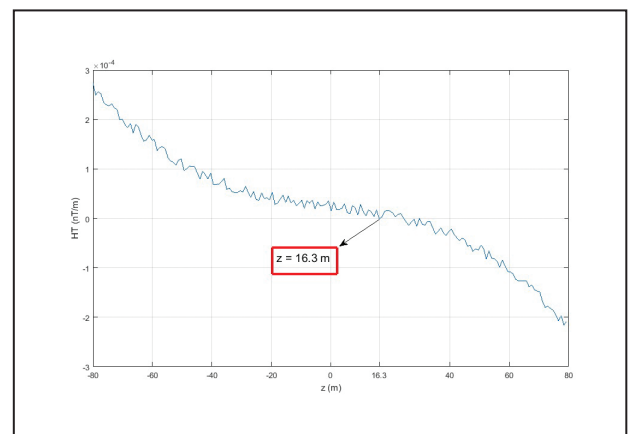
مدل	عمق فرض شده (متر)	درصد نوفه	عمق محاسبه شده (متر)	درصد خطای تخمین عمق
۱	۱۵	۱۰	۱۶/۳	۸/۶
۲	۳۰	۱۰	۳۱/۶	۵/۳
۳	۳۰	۱۵	۳۲/۳	۷/۶
۴	۳۰	۲۰	۳۴/۸	۱۶

اضافه کردن ۲۰ درصد نوفه تصادفی، آستانه سطح نوفه به داده‌های مصنوعی در روش تبدیل هیلبرت ۱۵ درصد است. به‌طور خلاصه نتایج در جدول ۲ آورده شده است.

در ادامه برای تعیین آستانه اضافه کردن نوفه به مدل با عمق ۳۰ متر، ۱۵ و ۲۰ درصد نوفه تصادفی به داده‌های مدل اضافه می‌شود (شکل ۱۰ و ۱۱). نتایج نشان می‌دهد که به دلیل افزایش خطای تخمین عمق مدل به ۱۶ درصد بعد از



شکل ۱۱- تخمین عمق مدل با عمق فرض شده ۳۰ متر بعد از اضافه کردن ۱۰ درصد نوفه تصادفی توسط روش تبدیل هیلبرت.



شکل ۱۰- تخمین عمق مدل با عمق فرض شده ۱۵ متر بعد از اضافه کردن ۱۰ درصد نوفه تصادفی توسط روش تبدیل هیلبرت.

۴- کاربرد روش روی داده‌های میدانی

گرفته‌اند. نتایج مطالعات ژئوفیزیک و زمین‌شناسی نشان می‌دهد که کانی‌سازی روی یک گسل امتدادلغز تشکیل شده است. واحدهای سنگی موجود در منطقه شامل تشکیلات رسوبی، دگرگونی و توده‌های آذرین هستند.

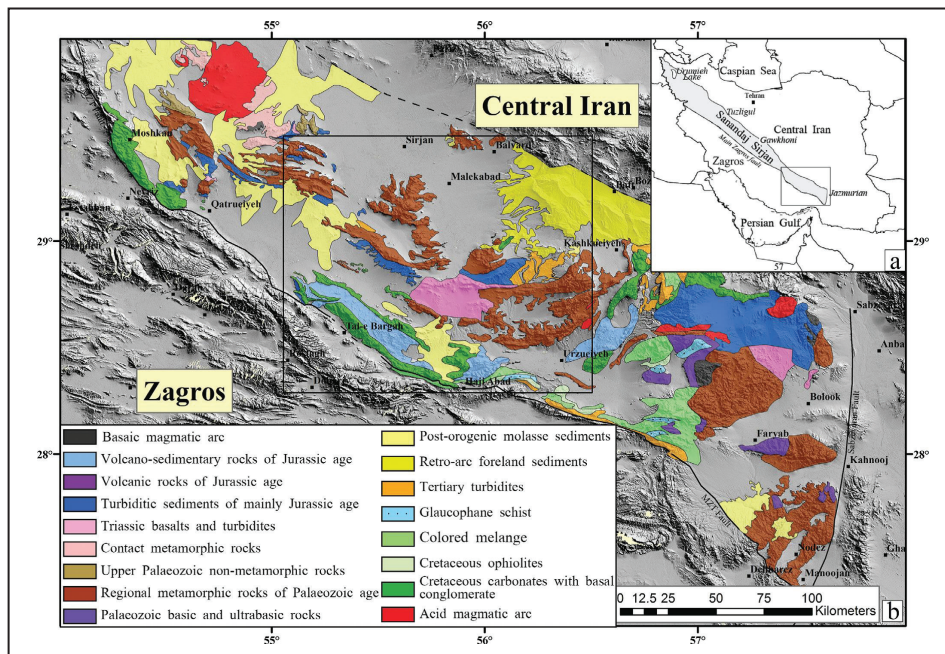
۴-۲. مطالعه میدانی روی بی‌هنجاری منطقه

اکیپ ژئوفیزیک متشکل از دو کارشناس جهت برداشت داده بوده است. پس از نصب ایستگاه ثابت در نزدیکی محدوده جهت تصحیح روزانه تغییرات میدان مغناطیسی زمین، بلافاصله عملیات صحرایی آغاز شد. برداشت ژئومگنتیک در این محدوده ۵ روز به طول انجامید. فاصله پروفیل‌ها ۵۰ متر و فاصله نقاط برداشت ۵ متر تعیین شد. در مواردی نیاز بود فاصله نقاط و فاصله پروفیل‌ها تغییر کند تا دقت برداشت‌ها جهت تعیین دقیق‌تر ابعاد بی‌هنجاری گسترش یابد. برای شروع مطالعات تصمیم گرفته شد که با توجه به زمین‌شناسی منطقه و رخنمون‌های مشاهده شده در منطقه که روندهای شمال‌غربی-جنوب شرقی و شرقی-غربی دارند؛ پروفیل‌ها به‌صورت شمالی-جنوبی تقریباً عمود بر رخنمون‌ها پیدا شوند. نقشه سه‌بعدی میدان مغناطیسی کل در شکل ۱۳ آورده شده است.

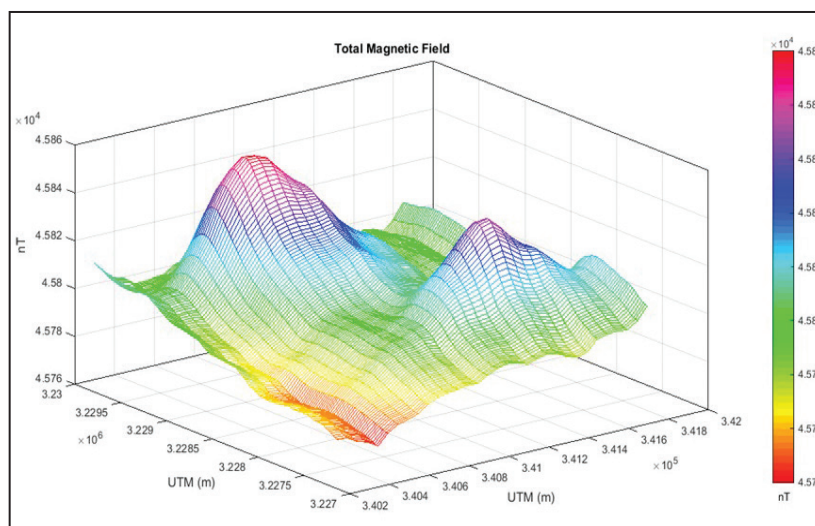
در این مقاله روش پیشنهادی روی داده‌های مغناطیسی برداشت شده از بی‌هنجاری واقع در منطقه خیرآباد در شهرستان سیرجان به منظور بررسی عملکرد روش تبدیل هیلبرت مورد بررسی قرار گرفته و عمق این بی‌هنجاری با استفاده از تبدیل هیلبرت محاسبه شده است. نتایج بدست آمده با مقایسه با روش تخمین عمق اوپلر و نتایج حفاری مطابقت دارد.

۴-۱. موقعیت و زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه

محدوده معدنی مورد بررسی در فاصله ۶۰ کیلومتری غرب شهرستان سیرجان و در فاصله ۲۰ کیلومتری شمال غرب روستای خیرآباد، مابین طول‌های جغرافیایی $0^{\circ}55'18''$ و $0^{\circ}55'30''$ و عرض‌های جغرافیایی $29^{\circ}27'54''$ و $29^{\circ}29'06''$ در ورقه ۱:۱۰۰۰۰۰ نقشه زمین‌شناسی گل‌گهر، در زون سندج-سیرجان قرار گرفته است (شکل ۱۲). زون برشی دگرگونی سندج-سیرجان بخشی از کمربند چین‌خوردگی-رورانده‌گی زاگرس در ایران به شمار می‌آید. از لحاظ تکتونیکی، ساختار زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه از صفحه‌های رورانده‌ای تشکیل شده است که به شدت تحت تأثیر چین‌خوردگی‌های دوباره قرار



شکل ۱۲- (a) موقعیت زون سندج-سیرجان روی نقشه ایران؛ (b) موقعیت منطقه مورد مطالعه روی نقشه SRTM کادر قرمز رنگ (Sheikhholeslami, 2015).

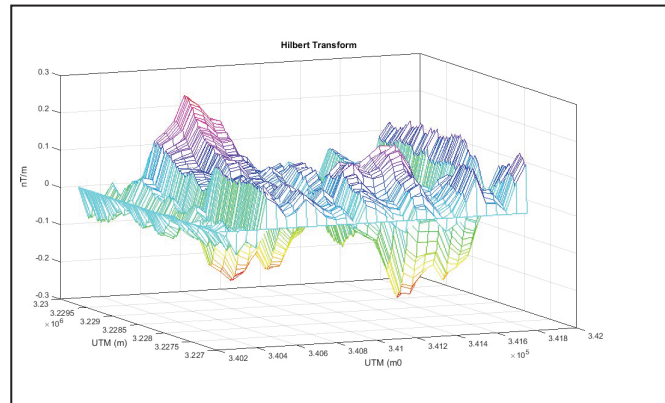


شکل ۱۳- نقشه میدان مغناطیسی کل (TMA) منطقه مورد مطالعه.

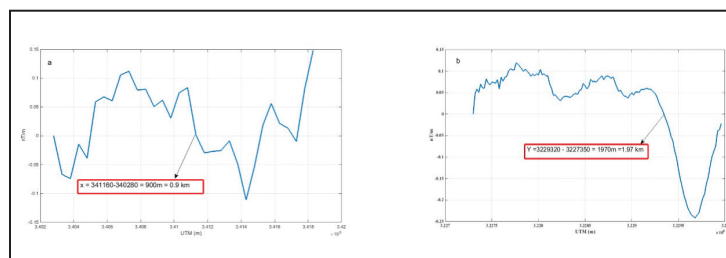
۴-۳. تعیین عمق بی‌هنجاری توسط تبدیل هیلبرت

منطقه مورد نظر محاسبه می‌شود (شکل ۱۴). با محاسبه ریشه‌های تبدیل هیلبرت توسط کمترین مربعات $x = 900$ m و $y = 1970$ m (شکل ۱۵) با جایگزینی در رابطه ۷، عمق بی‌هنجاری $z = 164$ m محاسبه می‌شود (شکل ۱۶).

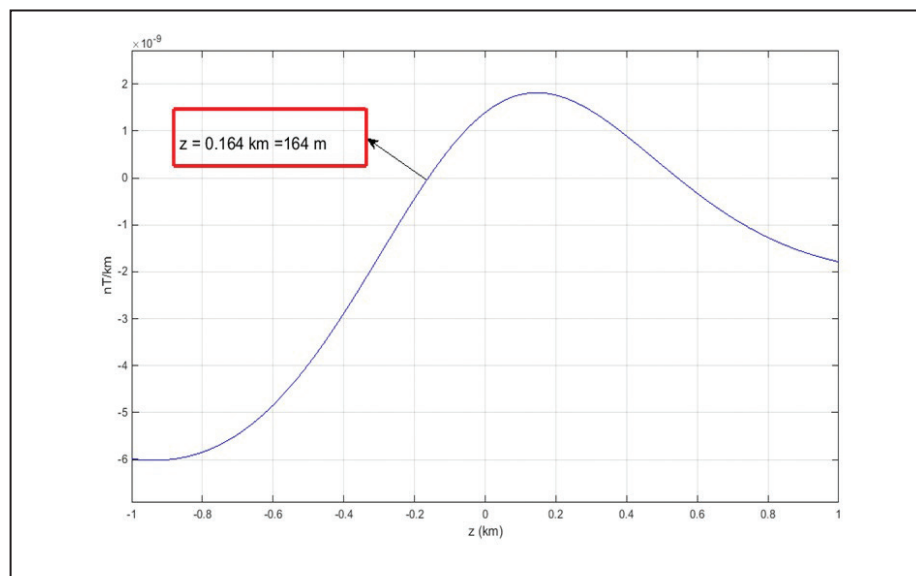
در این بخش با استفاده از تبدیل هیلبرت عمق بی‌هنجاری منطقه محاسبه می‌شود. ابتدا قبل از اعمال تبدیل هیلبرت روی داده‌ها، با استفاده از فیلتر فراسو به ارتفاع ۵ متر، نوفه‌های سطحی حذف و در ادامه با استفاده از رابطه ۶ تبدیل هیلبرت بی‌هنجاری



شکل ۱۴- تبدیل هیلبرت بی‌هنجاری مورد مطالعه بعد اعمال فیلتر فراسو ۵ متر.



شکل ۱۵- (a) محاسبه ریشه تابع تبدیل هیلبرت در راستای محور Xها؛ (b) محاسبه ریشه تابع تبدیل هیلبرت در راستای محور Yها.



شکل ۱۶- محاسبه عمق بی‌هنجاری مورد مطالعه توسط تبدیل هیلبرت.

نرخ تغییرات میدان را با فاصله از منبع نشان می‌دهد؛ با معلوم بودن N می‌توان شکل کلی منبع را برآورد کرد. جدول ۳ اندیس ساختاری را برای برخی مدل‌های ساده مغناطیسی نشان می‌دهد. پارامترهای (x_0, y_0, z_0) که موقعیت چشمه تولیدکننده بی‌هنجاری هستند نیز با استفاده از روش کمینه مربعات به دست خواهند آمد (Silva and Barbosa, 2003).

در این بخش با استفاده از روش اویلر دی کانولوشن با فرض اندیس ساختاری یک ($N=1$) عمق بی‌هنجاری محاسبه می‌شود (Oasis Montaj, 2007). عمق محاسبه شده توسط روش اویلر با نتایج حفاری مطابقت دارد؛ از این رو می‌توان نتیجه گرفت که اندیس ساختاری انتخاب شده برای محاسبه عمق بی‌هنجاری مورد نظر نزدیک به یک است (شکل ۱۷). با مقایسه نتایج حاصل از روش تبدیل هیلبرت با نتایج روش اویلر، صحت روش پیشنهاد شده برای تفسیر داده‌های میدانی مورد تأیید قرار می‌گیرد. مقایسه عمق بی‌هنجاری در گزارش حفاری تهیه شده توسط شرکت صنعتی و معدنی گهر کاوش کویر (۱۳۹۳) (شکل ۱۸)، با نتایج روش اویلر و روش پیشنهاد شده در مقاله در جدول ۴ نشان می‌دهد که تخمین عمق توسط روش پیشنهادی مورد تأیید است و خطای کمتر از ۶ درصد دارد.

۴-۴. مقایسه نتایج تخمین عمق بی‌هنجاری با روش تخمین عمق اویلر و نتایج حفاری

روش واهم آمیخت اویلر روشی نیمه خودکار برای برآورد عمق، شکل و مکان منبع‌های مغناطیسی است (Abdel Kader et al., 2013).

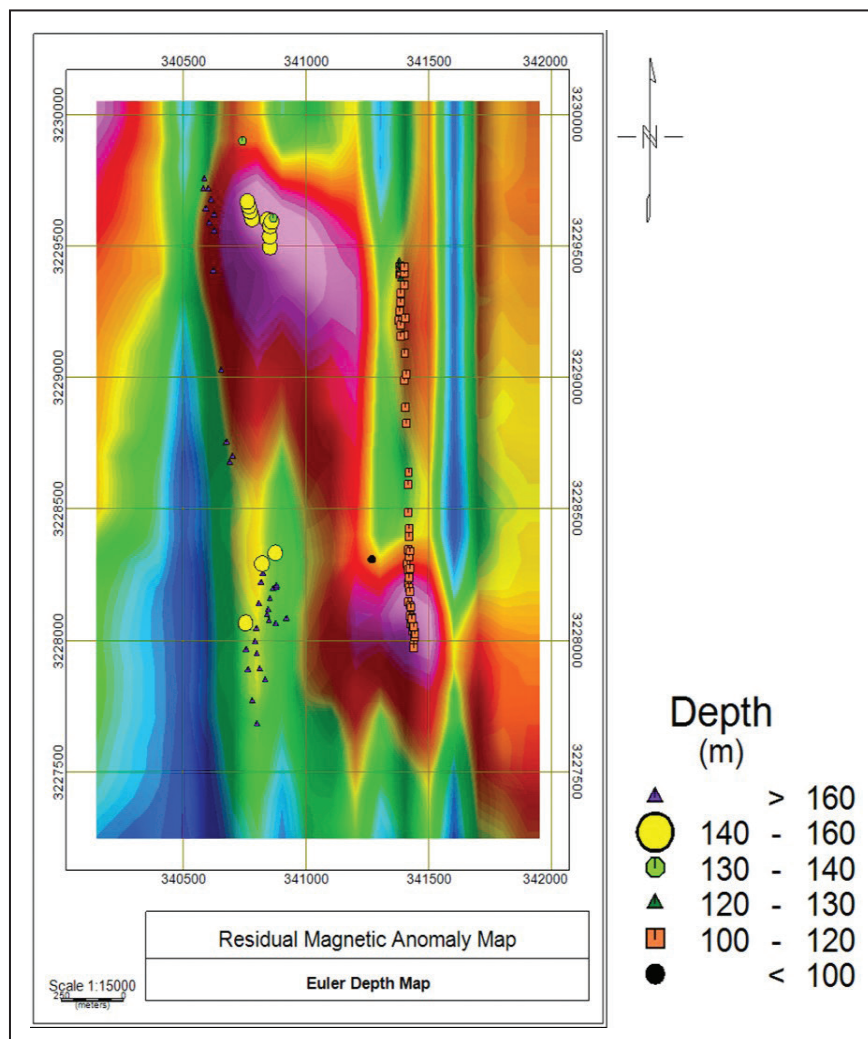
در این روش از معادله دیفرانسیل همگن اویلر استفاده می‌شود. روش اویلر روی داده‌های دوبعدی و همچنین داده‌های شبکه‌ای (سه‌بعدی) اعمال می‌شود. معادله اویلر در روش واهم آمیخت اویلر به صورت زیر است (Ravat et al., 2002):

$$(x_i - x_0) \frac{\partial \Delta T_i}{\partial x} + (y_i - y_0) \frac{\partial \Delta T_i}{\partial y} + (z_i - z_0) \frac{\partial \Delta T_i}{\partial z} = -N \Delta T_i \quad (14)$$

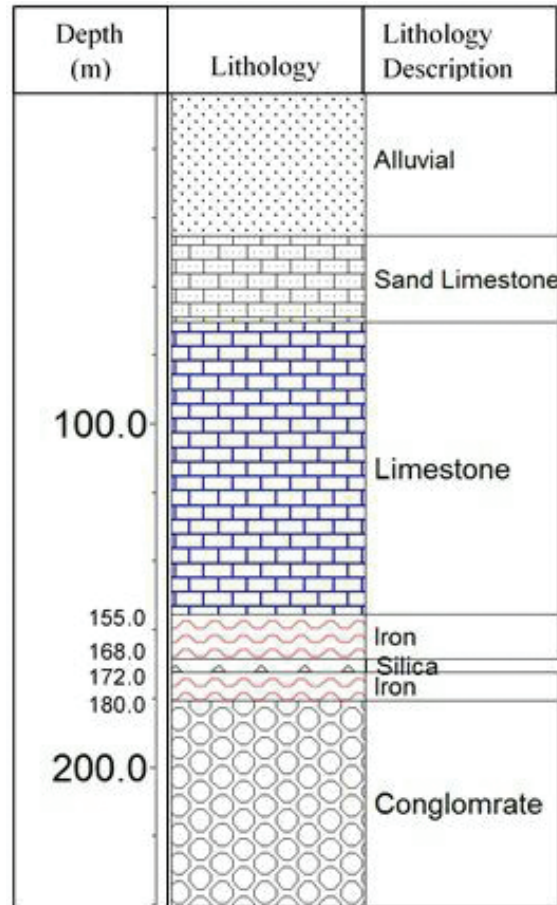
برای $i=1,2,3,4,\dots,m$ به شکل ماتریس زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta T_1}{\partial x} & \frac{\partial \Delta T_1}{\partial y} & \frac{\partial \Delta T_1}{\partial z} \\ \frac{\partial \Delta T_2}{\partial x} & \frac{\partial \Delta T_2}{\partial y} & \frac{\partial \Delta T_2}{\partial z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ z_i - z_0 \end{bmatrix} = -N \begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (15)$$

در این رابطه، (X_i, Y_i, Z_i) پارامترهای معلوم (مختصات نقاط اندازه‌گیری شده) هستند. تابع همگن ΔT_i بی‌هنجاری میدان مغناطیسی و N اندیس ساختاری است که



شکل ۱۷- تعیین عمق بی‌هنجاری منطقه مورد مطالعه توسط روش تعیین عمق اویلر (دایره‌های زرد رنگ).



شکل ۱۸- لاگ زمین‌شناسی نقطه حفاری به مختصات $x = 340795$ و $y = 3229560$.

جدول ۳- رابطه بین اندیس ساختاری، نوع مدل و موقعیت عمق محاسبه شده (Hsu, 2002).

نقطه که عمق آن تعیین می‌شود	نوع ساختار مغناطیسی	اندیس ساختاری (N)
عمق تا سطح، برای لبه	گسل و سطح تماسی که نسبت عمق به ضخامت آن کوچک است	۰/۱ تا ۰/۵
عمق تا سطح، عمق تا مرکز	دایک نازک و سطح تماسی که نسبت عمق به ضخامت آن بزرگ است	۱
عمق تا مرکز	استوانه افقی، استوانه عمودی	۲
عمق تا مرکز	کره مغناطیسی یا دو قطبی مغناطیسی	۳

جدول ۴- مقایسه نتایج روش پیشنهادی شده با روش تخمین عمق اویلر و نتایج حفاری.

موقعیت نقطه حفاری شده (UTM)	عمق دسترسی به توده معدنی (متر)	تخمین عمق توسط روش اویلر (متر)	تخمین عمق توسط روش تبدیل هیلبرت (متر)	درصد خطای تخمین عمق	
				روش اویلر	تبدیل هیلبرت
X = 340795	170	140-160	164	9.6% - 3.2%	3.5 %
Y = 3229560					

و برای صفحه با عمق ۳۰ متر خطای ۵/۳ درصد ایجاد می‌شود. برای نوفه ۱۵ و ۲۰ درصدی خطای تخمین عمق به ۱۶ درصد افزایش می‌یابد که نشان می‌دهد آستانه سطح نوفه برای مدل با عمق ۳۰ متر، ۱۵ درصد است. همچنین این روش برای داده‌های میدانی منطقه خیرآباد واقع در شمال غرب شهرستان سیرجان مورد بررسی قرار گرفت که نتایج به دست آمده در تخمین عمق به دلیل عمیق بودن سطح بی‌هنجاری، با نتایج حاصل از روش تخمین عمق اوپلر و نتایج حفاری با خطای کمتر از ۶ درصد، مطابقت دارد.

سپاسگزاری

نگارندگان بر خود بایسته می‌دانند که نهایت سپاس و قدردانی خود را از شرکت صنعتی و معدنی گهر کاوش به خاطر در اختیار قرار دادن داده‌های واقعی و همچنین اطلاعات و گزارش‌های حفاری به جای آورند. همچنین نگارندگان از داوران محترم که با نظرات مفید و سازنده خود باعث بالارفتن سطح علمی مقاله شده‌اند؛ تشکر و قدردانی می‌کنند.

شکل ۱۷ نقشه خروجی روش اوپلر توسط نرم‌افزار ژئوسافت است؛ که با انتخاب شاخص ساختاری $N=1$ ، عمق بی‌هنجاری بین ۱۴۰ تا ۱۶۰ متر تخمین زده شده است. این نتایج با نتایج حفاری مطابقت دارد. شکل ۱۸ لاگ حفاری در گمانه به مختصات $x=340795, y=3229560$ است این لاگ نشان می‌دهد که توده معدنی در عمق تقریبی ۱۵۵ متری قرار دارد.

۵- نتیجه‌گیری

روش تبدیل هیلبرت دوبعدی، روش پیشنهاد شده برای محاسبه عمق بی‌هنجاری‌های مغناطیسی سه‌بعدی در مقاله است که ابتدا توسط روش تالوانی یک صفحه نازک سه‌بعدی مدل‌سازی و در ادامه توسط روش تبدیل هیلبرت برای داده‌های مصنوعی بدون نوفه و نوفه‌دار عمق این صفحه سه‌بعدی محاسبه شده است که نتایج نشان می‌دهد این روش برای بی‌هنجاری‌های عمیق درصد خطای کمتری نسبت به بی‌هنجاری‌های سطحی دارد که میزان خطا برای داده‌های بدون نوفه برای صفحه با عمق ۱۵ متر ۲/۶ درصد و برای صفحه با عمق ۳۰ متر صفر درصد است. برای داده‌های نوفه‌دار با نوفه ۱۰ درصد برای صفحه با عمق ۱۵ متر خطای ۸/۶ درصد

کتابنگاری

باقری آشنا، ز. و ابراهیم‌زاده اردستانی، و.، ۱۳۹۳- برآورد عمق بی‌هنجاری‌های گرانی حاصل از شکل‌های هندسی منظم با استفاده از تبدیل هیلبرت تغییر یافته، مجله ژئوفیزیک ایران جلد ۸، شماره ۲، ص. ۷۰ تا ۸۰.
شرکت صنعتی و معدنی گهر کاوش کویر، ۱۳۹۳- گزارش نهایی پایان‌اكتشاف معدن سنگ آهن خیرآباد.

References

- Abdel Kader, A., Kordik, P., Khalil, A., Mekki, M. M., El-Bohoty, M., Taha Rabeh, T., Khalil Refai, M. and El-Mahdy, A., 2013- Interpretation of Geophysical Data at EL Fayoum-Dahshour Area, Egypt Using Three Dimensional Models. Arab J Sci Eng 38:1769-1784.
- Abo-Ezz, E. R. and Essa, K. S., 2015- A least-squares minimization approach for model parameters estimate by using a new magnetic anomaly formula. Pure Appl. Geophys., 172 (1), 1-14.
- Berezkin, V. M., Filatov, V. G. and Bulychev, E. V., 1994- Methodology of the aeromagnetic data interpretation with the aim of direct detection of oil and gas deposits (in Russian). Geofizika, 5, 38-43.
- Bracewell, R. M., 1985- The Fourier Transform and its Applications. Mac Graw-Hill, New York, 268.
- Cella, F., Fedi, M. and Florio, G., 2009- Toward a full multiscale approach to interpret potential fields. Geophysical Prospecting, 57, 543-557.
- Cooper, G. R. J., 2006- Interpreting potential field data using continuous wavelet transforms of their horizontal derivatives. Computers & Geosciences, 32, 984-992.
- Fedi, M., 2007- DEXP: A fast method to determine the depth and the structural index of potential fields sources; Geophysics, 72, no. 1, 11-111.
- Fedi, M., Cella, F., Quarta, T. and Villani, A. V., 2010- 2D Continuous Wavelet Transform of potential fields due to extended source distributions. Appl. Comput. Harmon. Anal. 28, 320-337.
- Hajian, A., Zomorrodian, H. and Styles, P., 2012- Simultaneous Estimation of Shape Factor and Depth of Subsurface Cavities from Residual Gravity Anomalies using Feed Forward Back-Propagation Neural Networks. Acta Geophysica, 60, 1043-1075.
- Hsu, S., 2002- Imaging magnetic sources using Euler's equation: Geophysical Prospecting, 50, 15-25.
- Li, Y. and Oldenburg, D. W., 1996- 3-D inversion of magnetic data. Geophysics, 61, 394-408.
- Ma, G. and Du, X., 2012- An improved analytic signal technique for the depth and structural index from 2D magnetic anomaly data. Pure and Applied Geophysics, 169, 2193-2200.

- Mohan, N. L., Sundararajan, N. and Seshagiri Rao, S. V., 1982- Interpretation of some two-dimensional bodies using the Hilbert transform: *Geophysics*, 47(3), 376-387.
- Nabighian, M. N., 1972- The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross section, its properties and use for automated anomaly interpretation. *Geophysics* 37, 507–512.
- Nabighian, M. N., 1985- Toward a Three-dimensional Automatic Interpretation of Potential Field Data via Generalized Hilbert Transforms, *Geophysics* 49, 780-786.
- Oasis Montaj, 2007- Geosoftmapping and application system, Inc, Suit 500 Richmond St., West Toronto, ON, Canada N5S1V6.
- Ravat, D., Kirkham, K. and Hildenbrand, T. A., 2002- Source-depth Separation Filter: Using the Euler Method on the Derivatives of Total Intensity Magnetic Anomaly Data, *The Leading Edge* 21(4), 360–365.
- Salem, A., Ravat, D., Smith, R. and Ushijima, K., 2005- Interpretation of magnetic data using an enhanced local wavenumber (ELW) method. *Geophysics*, 70, L7–L12.
- Salem, A., Williams, S., Fairhead, J. D. and Ravat, D., 2007- Smith, R.: Tilt depth method: A simple depth estimation method using first-order magnetic derivatives. *The Leading Edge*, 26, 1502–1505.
- Selim, E. I., 2016- The integration of gravity, magnetic and seismic data in delineating the sedimentary basins of northern Sinai and deducing their structural controls. *Journal of Asian Earth Sciences* 115, 345–367.
- Sheikholeslami, M. R., 2015- Deformations of Palaeozoic and Mesozoic rocks in southern Sirjan, Sanandaj–Sirjan Zone, Iran. *Journal of Asian Earth Sciences*, 106,130-149.
- Silva, J. B. C. and Barbosa, V. C. F, 2003- 3D Euler deconvolution: Theoretical basis for automatically selecting good solutions. *Geophysics*, 68, 1962-1968.
- Sundararajan, N. and Al-Lazki, A., 2011- An alternate and effective approach to Hilbert transform in geophysical applications. *Computers & Geosciences* ,37, 1622–1626.
- Sundararajan, N. and Srinivas, Y., 2010- Fourier–Hilbert versus Hartley–Hilbert transforms with some geophysical applications. *Journal of Applied Geophysics* 71,157–161.
- Talwani, M., 1965- Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape: *Geophysics*, 30, 797–817.
- Thompson, D. T., 1982- EULDPH - A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data: *Geophysics*, 47, 31-37.
- Thurston, J. B. and Smith, R. S., 1997- Automatic conversion of magnetic data to depth, dip, and susceptibility contrast using the SPI method. *Geophysics*, 62, 807–813.
- Zhou, J. J., Meng, X. H., Guo, L. H., 2015- Three-dimensional cross-gradient joint inversion of gravity and normalized magnetic source strength data in the presence of remanent magnetization: *Journal of Applied Geophysics*, 119, 51–60.

Depth estimation of total magnetic anomalies using Hilbert transform with 3-D analytic signal application, case study: iron ore Kheirabad, Sirjan, Iran

M. R. Nikbakhsh¹, M. S. Meshinchi Asl^{2*}, H. R. Siyahkahi³ and M. Oveis Moakhar⁴

¹Ph.D. Student, Department of Geophysics, Faculty of Sciences, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran

²Assistant Professor, Department of Geophysics, Faculty of Sciences, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran

³Professor, Department of Geophysics, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

⁴Assistant Professor, Department of Geophysics, Faculty of Sciences, Razi University, Kermanshah, Iran

Received: 2017 May 26

Accepted: 2017 September 13

Abstract

An important goal in mining exploration is the estimation of the depth and the thickness of the causative source. According to this simplification, several methods have been developed for interpreting magnetic field anomalies. In this article, the Hilbert transform has been used to calculate the depth and thickness of 3-D thin plate anomalies. The Hilbert-Fourier transform performs an important role in analytic signals. Since the total magnetic fields anomalies function has the characteristics necessary for an analytic function, i.e. its real and imaginary parts form a Hilbert transform pair, the function can be used to interpret networked data in terms of three-dimensional origins. The Hilbert transform does not change the amplitude of a function but shifts the phase by $\pi/2$ and $-\pi/2$ for positive and negative phase values, respectively. This paper uses a two-dimensional Hilbert transform and a 3-D analytic function to calculate the depth of a thin three-dimensional plate modeled based on the method of Talwani for noisy data and without noise data. The results show that the estimated depth values derived from the Hilbert transform method are associated with an error of less than 3% for data without noise, and an error of 8% for data of 15% noise. This method was also tested on the real magnetic anomaly data from the Kheirabad iron mine located at 5 km NE of Golgozar, Sirjan, Iran. The results were compatible with the Euler method and with drilling information of the mine. The obtained depth is in good agreement with the actual depth, which confirms the application of the Hilbert transform for the interpretation of field data and estimation of magnetic anomalies depths.

Keywords: 3-D anomalies, Hilbert transform, Analytic signal, Mining exploration, Sirjan Kheirabad mine.

For Persian Version see pages 145 to 154

*Corresponding author: M. S. Meshinchi Asl; E-mail: m.meshinchi@srbiau.ac.ir