

انتشار خطای موقعیت ایستگاه‌های مرجع در تعیین موقعیت نسبی با استفاده از مشاهدات تفاضلی دوگانه فاز سامانه‌های GNSS

یحیی جموری*

آموزشکده نقشه‌برداری، سازمان نقشه‌برداری کشور، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۰۹/۰۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۰۲/۱۴

چکیده

به دلیل وجود منابع مختلف خطا در تعیین موقعیت‌های مبتنی بر مشاهدات GNSS (Global Navigation Satellite System)، بویژه اثرات جوی، دقت حاصل از تعیین موقعیت مطلق لحظه‌ای جوابگوی بسیاری از کاربردهای مورد نیاز نیست. برای چیرگی بر مشکل یادشده، روش‌های تعیین موقعیت نسبی آبی (Real time) و پردازش بعدی (Post Processing) مختلفی، معرفی و بهره‌برداری شده‌اند. افزون بر تأثیر خطاهای مشاهداتی، وجود خطا و عدم قطعیت در موقعیت ایستگاه مرجع نسبت به دستگاه مختصات مورد استفاده در سامانه‌های GNSS نیز در تعیین موقعیت‌های نسبی دقیق مهم است و باعث اعوجاج و کاهش دقت در موقعیت ایستگاه‌های مجهول می‌شود. این موضوع بویژه در ایجاد و گسترش شبکه‌های مختصات مبنایی که حساسیت بالاتری دارند و دقت‌های میلی‌متری در آنها مطرح است، باید بیشتر مورد توجه قرار گیرد. از آنجا که هنوز سامانه GPS برتری و کاربری بسیار بیشتری نسبت به دیگر سامانه‌های GNSS دارد، در این پژوهش فقط از مشاهدات سامانه GPS (Global Positioning System) استفاده شده است. بدیهی است که نتایج به دست آمده برای این سامانه، برای سامانه‌های GNSS دیگر نیز قابل تعمیم است. در این نوشتار، چگونگی انتشار خطای موقعیت یک ایستگاه مرجع نسبت به دستگاه مختصات WGS84 (World Geodetic Datum 1984) برای حالت استاتیک بر روی موقعیت ایستگاه مجهول در تعیین موقعیت نسبی با بهره‌گیری از معادلات مشاهدات تفاضلی دوگانه فاز موج حامل بررسی می‌شود. مشاهدات مورد استفاده در این پژوهش، مربوط به ۴ طول مبنای مختلف از حدود ۴ کیلومتر تا حدود ۹۰ کیلومتر است. با اعمال مقادیر خطای عمده به موقعیت ایستگاه معلوم از یک متر تا ۱۰۰ متر در شرایط یکسان، میزان اعوجاج برای هر یک از مؤلفه‌های طول مبنای محاسبه و تجزیه و تحلیل می‌شود. بر اساس نتایج به دست آمده، با افزایش طول مبنای و خطای موقعیت ایستگاه مرجع، دقت موقعیت ایستگاه مجهول نیز کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، اعوجاجات مختصات ایستگاه‌های مجهول به طور مستقیم با خطای موجود در موقعیت ایستگاه مرجع متناسب است و بسته به میزان خطا و طول مبنای تا چند ppm هم می‌رسد.

کلیدواژه‌ها: تعیین موقعیت نسبی، مشاهدات تفاضلی دوگانه فاز حامل، خطای موقعیت ایستگاه مرجع، خطای موقعیت ایستگاه مجهول، دستگاه مختصات مرجع WGS84،

طول مبنای، GPS.

*نویسنده مسئول: یحیی جموری

E-mail: djamour@ncc.org.ir

۱- مقدمه

سامانه تعیین موقعیت جهانی (GPS) در حال حاضر دقیق‌ترین و قابل دسترس‌ترین سامانه ناوبری ماهواره‌ای است. اما دقت تعیین موقعیت مطلق لحظه‌ای به دلیل وجود انواع مختلفی از خطاها همچون خطاهای ساعت ماهواره و گیرنده، خطای مداری، اثرات یونسفری و تروپوسفری، آشفتگی‌های سیگنال‌های دریافتی در اثر نقص سخت‌افزارها و نرم‌افزارهای به کار گرفته شده در گیرنده و خطای چند مسیری (multipath) محدود می‌شود. دقت استاندارد جهانی تعیین موقعیت توسط گیرنده‌های GPS در حالتی که SA خاموش است ± 13 متر در مؤلفه افقی و ± 22 متر در مؤلفه قائم در سطح اطمینان ۹۵ درصد است (Seeber, 2003). اگر SA (Selective Availability) روشن باشد، خطای مسطحاتی تا ± 100 متر و خطای ارتفاعی تا ± 156 متر در سطح اطمینان ۹۵ درصد افزایش می‌یابد (Hofmann-Wellenhof et al., 2008). البته از تاریخ دوم ماه مه سال ۲۰۰۰ میلادی برابر با دوازدهم اردیبهشت ماه ۱۳۷۹ پدیده SA تا اطلاع ثانوی با دستور مستقیم رئیس جمهور وقت آمریکا خاموش است.

برای تعیین موقعیت با این سامانه، دو نوع مشاهده وجود دارد. یکی شبه‌فاصله و دیگری فاز موج حامل. برای تعیین موقعیت‌های دقیق و رسیدن به دقت‌هایی در تراز میلی‌متر به ناچار از روش‌های تعیین موقعیت نسبی و مشاهدات فاز موج حامل استفاده می‌شود.

سنجه فاز موج حامل به‌عنوان دقیق‌ترین مشاهده GPS، عبارتست از اختلاف میان فاز موج حامل دریافت شده از ماهواره و فاز موج حامل تولید شده در گیرنده که به طور معمول بر حسب دور بیان می‌شود. با تبدیل واحد دور به متر با ضرب در طول موج حامل (λ) و نیز در نظر گرفتن دیگر منابع خطاها، معادله مشاهده فاز حامل

برای گیرنده r و ماهواره s به صورت زیر بیان می‌شود (Leick, 2003):

$$\Phi_r^s = \rho_r^s + d\rho^s + c(\delta t_r - \delta t^s) + \lambda N_r^s - d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(\Phi_{multi}) + \varepsilon(\Phi_{rx}) \quad (1)$$

که در آن، Φ_r^s ، مشاهده فاز موج حامل (m) ، ρ_r^s ، فاصله هندسی میان ماهواره و گیرنده (m) ، $d\rho^s$ ، خطای مداری، c ، سرعت امواج الکترومغناطیسی در خلاء (m/sec) ، δt^s ، خطای ساعت ماهواره (sec) ، δt_r ، خطای ساعت گیرنده (sec) ، N_r^s ، ابهام فاز صحیح $(cycle)$ ، d_{ion} ، خطای یونسفری (m) ، d_{trop} ، خطای تروپوسفری (m) ، $\varepsilon(\Phi_{multi})$ ، خطای چند مسیری فاز موج حامل (m) و $\varepsilon(\Phi_{rx})$ ، نوفه اندازه‌گیری فاز موج حامل است.

فاصله هندسی میان ماهواره و گیرنده (ρ_r^s) معمولاً در دستگاه مختصات کارترین WGS84 (DMA, 2000) برحسب بردارهای موقعیت ماهواره (X^s, Y^s, Z^s) و گیرنده (X_r, Y_r, Z_r) بیان می‌شود:

$$\rho_r^s = \sqrt{(X^s - X_r)^2 + (Y^s - Y_r)^2 + (Z^s - Z_r)^2} \quad (2)$$

در تعیین موقعیت نسبی در حالت ایستا، متداول‌ترین روش اختلاف‌گیری برای پردازش مشاهدات GNSS اختلاف‌گیری دوگانه برای مشاهده فاز حامل میان دو گیرنده و دو ماهواره است. از جمله مزایای استفاده از این نوع اختلاف‌گیری، حذف کامل خطای ساعت گیرنده و ماهواره و کاهش بسیار مؤثر خطاهای مداری، یونسفری و تروپوسفری بویژه در طول مبنای کوتاه است. معادله مربوط به این نوع اختلاف‌گیری برای دو گیرنده i و j و دو ماهواره k و l به صورت زیر است (Hofmann-Wellenhof et al., 2001):

$$(3)$$

$$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{kl} = \nabla\Delta\rho_{ij}^{kl} + \nabla\Delta d\rho^{kl} + \lambda\nabla\Delta N_{ij}^{kl} - \nabla\Delta d_{ion} + \nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{multi}) + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{rx})$$

۲- شرح داده‌های مورد استفاده

در رابطه بالا، فاصله هندسی تقریبی میان ماهواره و گیرنده (ρ_{r0}^s) در هر لحظه با استفاده از بردار موقعیت دقیق ماهواره (X^s, Y^s, Z^s) و بردار موقعیت تقریبی گیرنده (X_{r0}, Y_{r0}, Z_{r0}) در دستگاه مختصات WGS84 به دست می‌آید. بردار ($\Delta X_r, \Delta Y_r, \Delta Z_r$) نیز در اینجا بیانگر اختلاف موقعیت ایستگاه نسبت به موقعیت واقعی آن در دستگاه مختصات WGS84 است. در واقع، این بردار نشان‌دهنده خطای موقعیت ایستگاه r است. معادله ۴ را می‌توان به صورت خطی زیر بازنویسی کرد:

$$\Phi_r^s(t) = \rho_{r0}^s(t) + a_r^s \Delta r_r + d\rho^s + c(\delta t_r - \delta t^s) + \lambda N_r^s - d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(\Phi_{mult}) + \varepsilon(\Phi_{rx}) \quad (5)$$

در رابطه بالا، a_r^s بردار مشتقات جزئی و Δr_r بردار خطای موقعیت ایستگاه هستند که به صورت‌های زیر قابل نمایشند:

$$a_r^s = \begin{bmatrix} -\frac{X^s(t) - X_{r0}}{\rho_{r0}^s(t)} & -\frac{Y^s(t) - Y_{r0}}{\rho_{r0}^s(t)} & -\frac{Z^s(t) - Z_{r0}}{\rho_{r0}^s(t)} \end{bmatrix}$$

$$\Delta r_r = [\Delta X_r \quad \Delta Y_r \quad \Delta Z_r]^T$$

حال، مطابق معادله ۵ و با صرف نظر کردن از خطاهایی که در روش تعیین موقعیت نسبی دوگانه از میان می‌روند یا به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابند، و نیز با چشم‌پوشی از عبارت‌های مربوط به نوفه و چند مسیری، معادله مشاهده تفاضلی دوگانه فاز موج حامل (۳) را می‌توان به صورت زیر، خطی و بازنویسی کرد:

$$\nabla \Delta \Phi_{ij}^{kl} = \nabla \Delta \rho_{ij}^{kl} + \lambda \nabla \Delta N_{ij}^{kl} + (a_i^k - a_j^k) \Delta r_i - (a_i^l - a_j^l) \Delta r_j \quad (6)$$

در معادله بالا، ایستگاه مرجع را i و ایستگاه مجهول را j در نظر می‌گیریم. با نمایش ΔI_{ij}^{kl} به جای $\nabla \Delta \Phi_{ij}^{kl} - \nabla \Delta \rho_{ij}^{kl} - \lambda \nabla \Delta N_{ij}^{kl}$ ، معادله ۶ به صورت زیر دوباره‌نویسی می‌شود:

$$\Delta I_{ij}^{kl} + (a_j^k - a_j^l) \Delta r_j = (a_i^k - a_i^l) \Delta r_i \quad (7)$$

حال با فرض وجود n ماهواره قابل دسترس ($l = 1, 2, 3, \dots, n$) و در نظر گرفتن ماهواره k به عنوان ماهواره مرجع در معادلات تفاضلی دوگانه و حل ابهامات فاز $\nabla \Delta N_{ij}^{kl}$ ، می‌توان برآورد کمترین مربعات بردار تصحیحات ایستگاه مجهول Δr_j را به صورت زیر به دست آورد:

$$\Delta I_{ij}^{kl} + (a_j^k - a_j^l) \Delta r_j = (a_i^k - a_i^l) \Delta r_i \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Delta \hat{r}_j &= (A_i^T C_i^{-1} A_i)^{-1} A_i^T C_i^{-1} (\Delta I_{ij} + A_j \Delta r_j) \\ &= (A_i^T C_i^{-1} A_i)^{-1} A_i^T C_i^{-1} \Delta I_{ij} + (A_i^T C_i^{-1} A_i)^{-1} A_i^T C_i^{-1} (A_i + A_j - A_i) \Delta r_j \\ &= \Delta \hat{r}_i^0 + \Delta r_j + (A_i^T C_i^{-1} A_i)^{-1} A_i^T C_i^{-1} (A_j - A_i) \Delta r_j \end{aligned}$$

در معادله بالا، $\Delta \hat{r}_j$ ، برآورد کمترین مربعات تصحیحات ایستگاه مجهول، C_i ، ماتریس واریانس کواریانس اندازه‌گیری‌ها و A_i و A_j ، به ترتیب ماتریس‌های طراحی ایستگاه مجهول و ایستگاه مرجع هستند. عبارت نخست ($\Delta \hat{r}_i^0$) در سمت راست معادله ۸، برآورد کمترین مربعات تصحیحات ایستگاه مجهول با فرض نبود خطای موقعیت ایستگاه مرجع است. عبارت دوم (Δr_j) دقیقاً همان بردار خطای موقعیت ایستگاه مرجع است. عبارت سوم، اعوجاج ناشی از خطای موجود در موقعیت ایستگاه مرجع است. در واقع عبارت سوم، شکل تحلیلی انتشار خطای موقعیت ایستگاه مرجع بر روی موقعیت ایستگاه مجهول است که در این پژوهش به دنبال یافتن آن بودیم.

چنانچه فرض کنیم که n ماهواره و N اپک مشاهده تفاضلی دوگانه داریم، آنگاه خواهیم داشت:

برای پردازش‌های مورد نظر در این پژوهش از مشاهدات مربوط به ۴ طول مبنای مختلف موجود در بایگانی سازمان نقشه‌برداری کشور استفاده شده است که پیش‌تر نیز مورد استفاده قرار گرفته‌اند (جمور، ۱۳۷۸). جدول ۱، ویژگی‌های این مشاهدات را نشان می‌دهد. کلیه مشاهدات به کمک گیرنده‌های دو بسامدی Trimble 4000SSI و آنتن‌های نوع choke-ring انجام گرفته است. مزیت اصلی این نوع آنتن‌ها، کاهش مؤثر خطای چندمسیری و پایدار بودن مرکز فاز آنهاست. برای پردازش داده‌ها از نرم‌افزار تجاری GPSurvey نگارش ۲/۲ استفاده شده است.

مختصات ایستگاه‌های مرجع مورد استفاده در این پژوهش، از سازمان نقشه‌برداری کشور برگرفته و در پردازش‌های مربوط کاملاً ثابت در نظر گرفته شده‌اند. برای ایستگاه‌های مجهول نیز پس از پردازش داده‌های مربوط، مختصات دقیقی به دست آمد. برای اطمینان از درستی و اعتبار مختصات ایستگاه‌های مجهول، پردازش اطلاعات یکبار دیگر تکرار شد، با این تفاوت که به جای ایستگاه‌های مرجع، ایستگاه‌های مجهول ثابت فرض شدند و برای ایستگاه‌های مرجع مختصات جدید به دست آمد. مقایسه مختصات جدید با مختصات برگرفته شده از سازمان نقشه‌برداری کشور تا حد میلی‌متر همخوانی داشتند. مختصات دکارتی و ژئودینیک دقیق تمام نقاط مورد استفاده برای این پژوهش در دستگاه مختصات WGS84 در جدول ۲ آمده است.

۳- انتشار خطای موقعیت ایستگاه مرجع بر روی موقعیت ایستگاه مجهول

در تعیین موقعیت‌های نسبی معمولاً فرض می‌شود که موقعیت ایستگاه مرجع در دستگاه مختصات WGS84 با دقت بسیار بالایی معلوم است. به دلایل بی‌شمار ممکن است موقعیت ایستگاه مرجع به‌طور دقیق معلوم نباشد. برابر با اصل حرکت از کل به جزء، خیلی از ایستگاه‌های مرجع قابل دسترس بر پایه ایستگاه‌های مرجع دیگری به دست آمده که آنها نیز خود به اتکالی شبکه‌های مرجع دیگری حاصل شده‌اند و همین امر باعث ایجاد خطا در موقعیت واقعی ایستگاه‌های مرجع نسبت به دستگاه مختصات مرجع مربوط می‌شود. بسته به روش‌های اندازه‌گیری، نوع مشاهدات، ساختار هندسی ایستگاه‌ها و ماهواره‌ها، چگونگی اتصال شبکه‌ها به یکدیگر، روش‌های پردازش و سرشکنی مشاهدات و ...، میزان خطای موقعیت ایستگاه‌های مرجع متفاوت خواهد بود و از چند سانتی‌متر تا یک متر متغیر است. البته ناگفته نماند، بسته به هدف اندازه‌گیری‌ها، ممکن است حتی اثر خطاهای چند متری نیز در تعیین موقعیت‌های نسبی نادیده گرفته شود. در مقابل، برای برخی اهداف مانند ایجاد و گسترش شبکه‌های مرجع مختصات باید مراقب بود که برآیند خطاهای مختلف بر روی ایستگاه‌های مجهول از حد میلی‌متر تجاوز نکند. در چنین مواردی باید تا حد امکان موقعیت واقعی ایستگاه‌های مرجع را در دستگاه مرجع وابسته بدانیم و از انتخاب ایستگاه‌های مرجع با دقت موقعیت پایین پرهیز کنیم. به هر حال غفلت از این موضوع باعث خوشبینی در درستی و اعتبار مختصات ایستگاه‌های مجهول خواهد شد.

۳-۱- تجزیه و تحلیل مسئله برای تعیین موقعیت تفاضلی دوگانه در حالت استاتیکی

اگر در معادله مشاهده فاز حامل (۱)، جمله $\rho_r^s(t)$ را با استفاده از بسط تیلور حول مختصات تقریبی ایستگاه r خطی کنیم به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$\Phi_r^s(t) = \rho_{r0}^s(t) - \frac{X^s(t) - X_{r0}}{\rho_{r0}^s(t)} \Delta X_r - \frac{Y^s(t) - Y_{r0}}{\rho_{r0}^s(t)} \Delta Y_r - \frac{Z^s(t) - Z_{r0}}{\rho_{r0}^s(t)} \Delta Z_r \quad (9)$$

$$+ d\rho^s + c(\delta t_r - \delta t^s) + \lambda N_r^s - d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(\Phi_{mult}) + \varepsilon(\Phi_{rx})$$

در میزان اعوجاجات ناشی از خطای موقعیت ایستگاه مرجع ایفا می کنند.

- میزان اعوجاجات ناشی از خطای موقعیت ایستگاه مرجع، تابعی از سوی بردار خطای موقعیت ایستگاه مرجع و بردار طول مبنای میان ایستگاه‌های مرجع و مجهول یا به عبارت بهتر تابعی از زاویه میان دو بردار یادشده است. این موضوع آشکارا از حاصل ضرب درونی دو بردار یادشده در سمت راست معادله ۱۰ دیده می شود.

اکنون که معادلات تحلیلی انتشار خطای موقعیت ایستگاه مرجع به دست آمد، با انتخاب چهار طول مبنای مختلف و به کارگیری عمدی پنج سطح مختلف از خطای موقعیت ایستگاه مرجع، آزمایش عملی خود را انجام می دهیم. برای هر یک از طول‌های مبنای، مقادیر خطای به کار گرفته شده به مؤلفه‌های مختصات ایستگاه مرجع (X, Y, Z) عبارتند از ۱، ۵، ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ متر. شکل‌های ۱ تا ۴ و جدول ۳، نشان‌دهنده نتایج حاصل از این آزمایش هستند. از شکل‌ها و جدول یادشده آشکارا پیداست که اثر خطای موقعیت ایستگاه مرجع بر روی ایستگاه مجهول (به طور مستقیم) متناسب با میزان خطای عمدی به کار گرفته شده به مختصات ایستگاه مرجع است. همچنین افزون بر میزان خطای موقعیت ایستگاه مرجع، با افزایش طول مبنای از ۴ کیلومتر به ۹۰ کیلومتر نیز میزان اثر بالا به طور چشمگیری افزایش می یابد.

۴- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در تعیین موقعیت‌های نسبی دقیق که بیشتر از مشاهده فاز حامل در حالت استاتیکی استفاده می شود، اثر خطای موقعیت ایستگاه مرجع نسبت به دستگاه مختصات WGS84 بر روی موقعیت ایستگاه مجهول می تواند قابل توجه باشد. میزان اثر یادشده به طور مستقیم متناسب با مقدار خطای موجود در موقعیت ایستگاه مرجع و فاصله میان ایستگاه‌های مرجع و مجهول است. براساس نتایج به دست آمده، اعوجاج ناشی از خطای موقعیت ایستگاه مرجع در حدود دسی متر تا متر حدود $10^{-6} \times 0.1$ تا $10^{-6} \times 1$ در طول مبنای است که معادل ۱۰ تا ۱۰۰ میلی متر برای یک طول مبنای ۱۰۰ کیلومتری است. شکل ۵ خلاصه نتایج به دست آمده از این پژوهش را برای مقادیر مختلف خطای موقعیت ایستگاه مرجع بر روی طول پایه‌های مختلف (بر حسب میلی متر) نشان می دهد. این در حالی است که در برخی مواقع با طول‌های خیلی بلند تا حدود چند هزار کیلومتر هم سروکار داریم و بنابراین وجود هر نوع انحراف (هر چند کوچک) در مختصات ایستگاه‌های مرجع، می تواند اعوجاج قابل ملاحظه‌ای در مختصات ایستگاه‌های مجهول ایجاد کند.

بر اساس نتایج این پژوهش، پیشنهاد می شود برای جلوگیری از بروز اعوجاج ناشی از خطای موقعیت ایستگاه مرجع نسبت به دستگاه مختصات WGS84، شبکه‌های ژئودزی ماهواره‌ای کشور به طور قوی تری به شبکه‌های جهانی موجود همچون شبکه IGS (International GNSS Service) اتصال یابند و در موارد حساس و مهم حتماً از ایستگاه‌های مطمئن و دقیق مانند ایستگاه‌های دائم GPS، به عنوان ایستگاه‌های مرجع استفاده شود.

سپاسگزاری

در پایان لازم است از سازمان نقشه برداری کشور که با در اختیار قراردادن داده‌های مورد نیاز، امکان انجام این پژوهش را فراهم کرده است صمیمانه قدردانی نمایم.

$$\Delta l_j = [\Delta l_{jy}^{k,1} \quad \Delta l_{jy}^{k,2} \quad \dots \quad \Delta l_{jy}^{k,k-1} \quad \Delta l_{jy}^{k,k+1} \quad \dots \quad \Delta l_{jy}^{k,n}]^T$$

$$A_i = \begin{bmatrix} A_i(t_1) \\ A_i(t_2) \\ \vdots \\ A_i(t_N) \end{bmatrix}, A_j = \begin{bmatrix} A_j(t_1) \\ A_j(t_2) \\ \vdots \\ A_j(t_N) \end{bmatrix}$$

$$A_i(t_i) = \begin{bmatrix} a_i^1 - a_i^k \\ a_i^2 - a_i^k \\ \vdots \\ a_i^n - a_i^k \end{bmatrix}, A_j(t_i) = \begin{bmatrix} a_j^1 - a_j^k \\ a_j^2 - a_j^k \\ \vdots \\ a_j^n - a_j^k \end{bmatrix}$$

با فرض $\rho^l \cong \rho^i \cong \rho^j$ و $l=1,2,3,\dots,n$ به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$(A_j - A_i)_{t_i} = \begin{bmatrix} d_{ji} \left(\frac{1}{\rho^1} - \frac{1}{\rho^k} \right) \\ d_{ji} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{\rho^k} \right) \\ \vdots \\ d_{ji} \left(\frac{1}{\rho^n} - \frac{1}{\rho^k} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_j^1 - a_i^1 + a_i^k - a_j^k \\ a_j^2 - a_i^2 + a_i^k - a_j^k \\ \vdots \\ a_j^n - a_i^n + a_i^k - a_j^k \end{bmatrix} \quad (9)$$

که در آن $d_{ji} = [X_j - X_i \quad Y_j - Y_i \quad Z_j - Z_i]$ با کمی جابه جایی و جای گذاری رابطه ۹ در ۸، به صورت جدیدی از انتشار خطای موقعیت ایستگاه مرجع در تعیین موقعیت نسبی با استفاده از مشاهدات تفاضلی دو گانه خواهیم رسید:

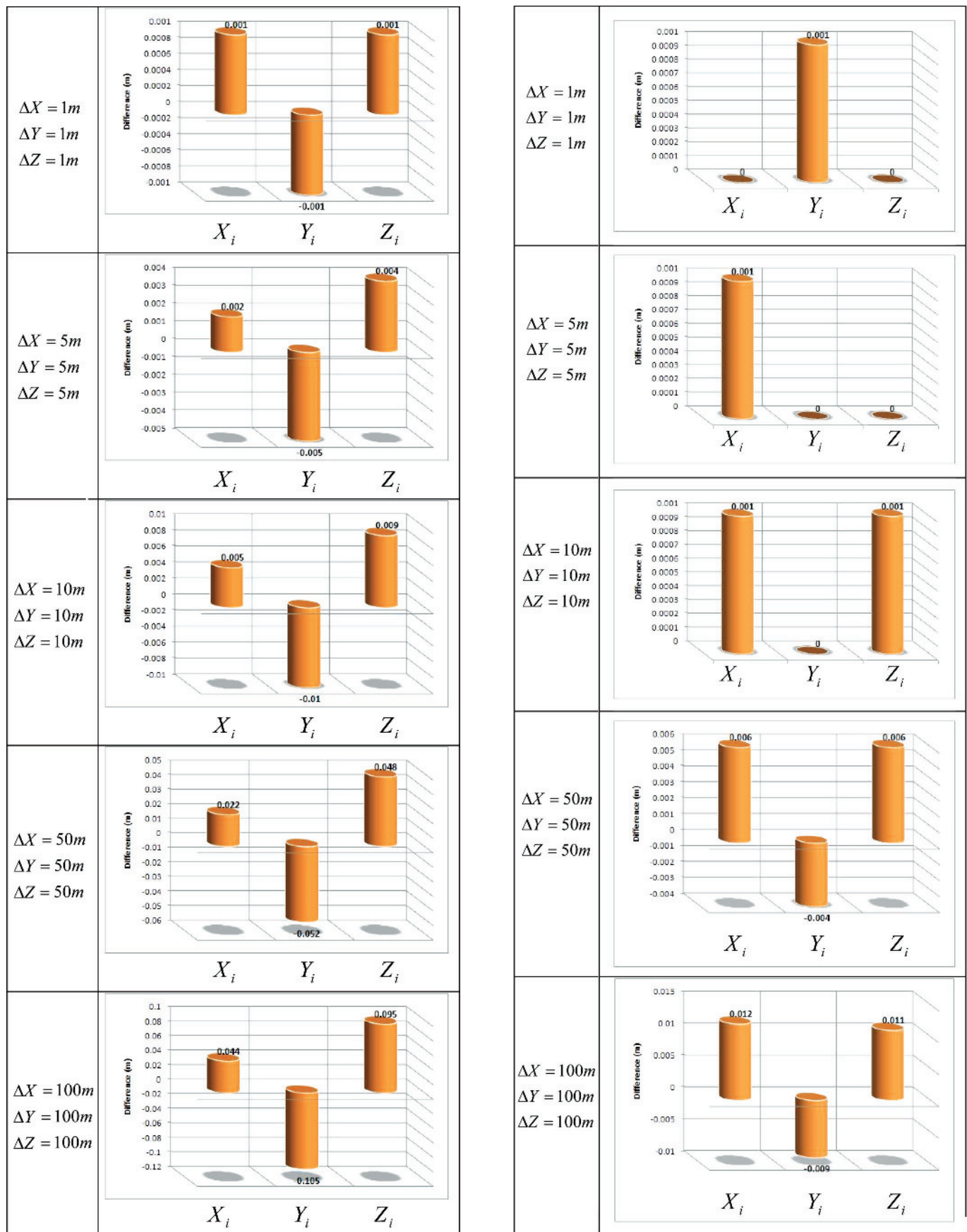
$$\Delta \hat{r}_i - \Delta \hat{r}_j^0 - \Delta r_j = (A_i^T C_i^{-1} A_i)^{-1} A_i^T C_i^{-1} \begin{bmatrix} d_{ji} \left(\frac{1}{\rho^1} - \frac{1}{\rho^k} \right) \\ d_{ji} \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{\rho^k} \right) \\ \vdots \\ d_{ji} \left(\frac{1}{\rho^n} - \frac{1}{\rho^k} \right) \end{bmatrix} \Delta r_j \quad (10)$$

همان گونه که از رابطه بالا پیداست، افزون بر حضور مستقیم بردار خطای موقعیت ایستگاه مرجع (Δr_j) در برآورد بردار مختصات یا به عبارت دقیق تر بردار تصحیحات مختصات ایستگاه مجهول $(\Delta \hat{r}_i)$ ، یک اثر ثانوی که به آن اعوجاج می گوئیم در سمت راست معادله (۱۰) به روشنی دیده می شود. مقدار این اعوجاج نه تنها به بردار خطای موقعیت ایستگاه مرجع بستگی دارد، بلکه بردار طول پایه میان ایستگاه مرجع و ایستگاه مجهول (d_{ji}) ، هندسه حاصل از ایستگاه‌ها و ماهواره‌ها، راستای بردارهای طول پایه و خطای موقعیت ایستگاه مرجع نیز نقش مهمی در آن ایفا می کنند.

معادلات (۸)، (۹) و (۱۰)، روابط تحلیلی مناسبی برای بررسی اثرات خطای موقعیت ایستگاه مرجع بر روی موقعیت ایستگاه مجهول هستند. با نگاهی دقیق به معادلات یادشده، به سادگی می توان نتایج زیر را استخراج کرد:

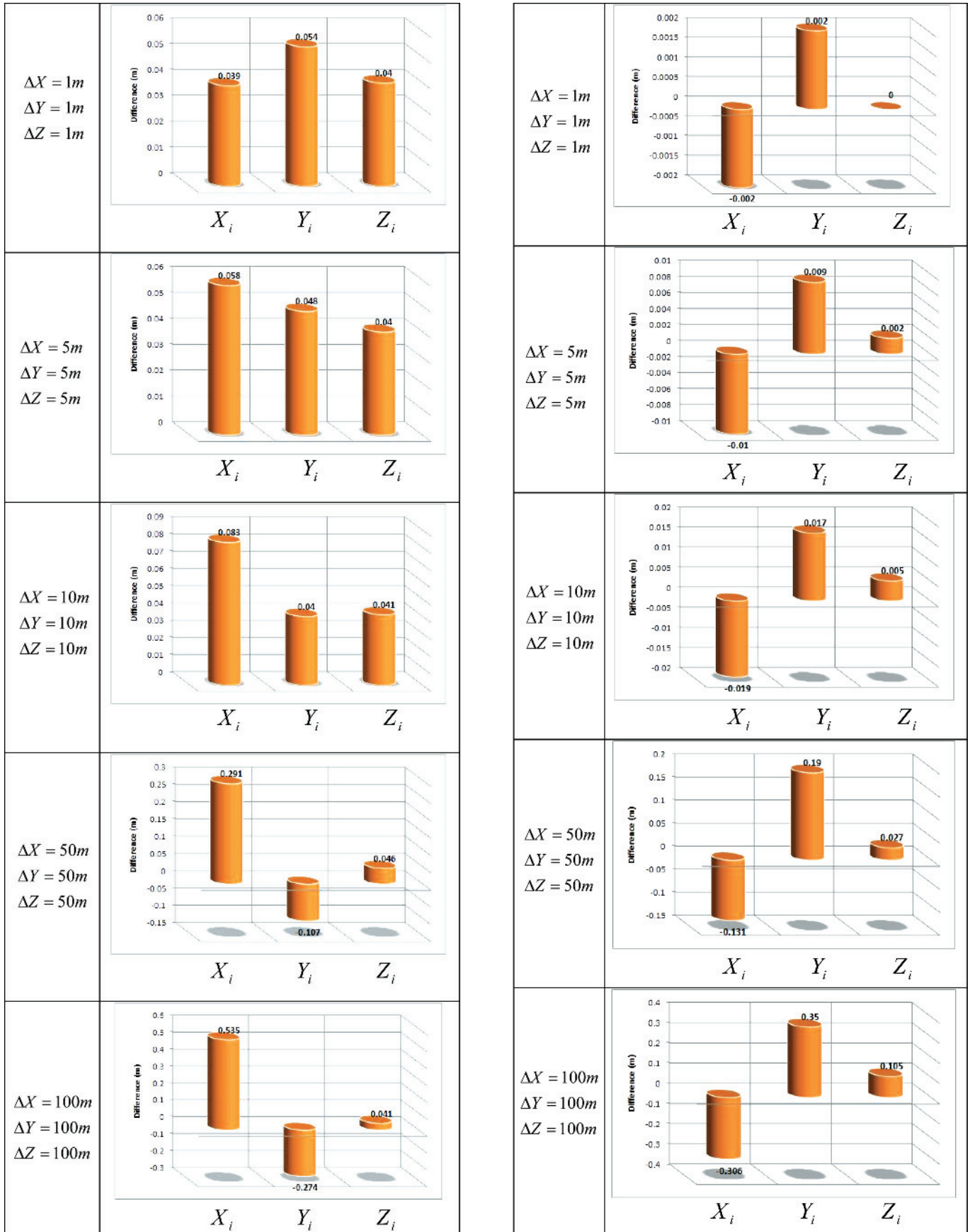
- اعوجاجات ناشی از خطای موقعیت ایستگاه مرجع به طور مستقیم با بردار خطای موقعیت ایستگاه مرجع تناسب دارند.

- فاصله و اختلاف هندسه ماهواره میان ایستگاه‌های مرجع و مجهول نقش مهمی



شکل ۲- اثر خطای موقعیت ایستگاه معلوم SEPIDAR بر روی موقعیت ایستگاه مجهول 33KM (طول باز ۳۳ کیلومتری).

شکل ۱- اثر خطای موقعیت ایستگاه معلوم SEPIDAR بر روی موقعیت ایستگاه مجهول 04KM (طول مبنای ۴ کیلومتری).

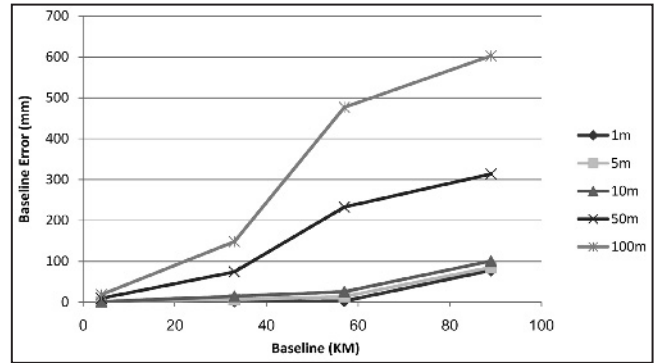


شکل ۴- اثر خطای موقعیت ایستگاه معلوم DARAN بر روی موقعیت ایستگاه مجهول 89KM (طول مبنا ۸۹ کیلومتری).

شکل ۳- اثر خطای موقعیت ایستگاه معلوم DARAN بر روی موقعیت ایستگاه مجهول 57KM (طول مبنا ۵۷ کیلومتری).

جدول ۱- مشخصات مشاهدات مورد استفاده.

ایستگاه مرجع	ایستگاه مجهول	طول مبنا (km)	مدت مشاهده (min)	نرخ ثبت مشاهده (sec)
SEPIDAR	۰۴KM	~۴	۹۰	۳۰
SEPIDAR	۳۳KM	~۳۳	۹۰	۳۰
DARAN	۵۷KM	~۵۷	۱۲۰	۳۰
DARAN	۸۹KM	~۸۹	۱۲۰	۳۰



شکل ۵- مقادیر مختلف خطای موقعیت ایستگاه مرجع (۱، ۵، ۱۰، ۵۰، ۱۰۰ متر) بر روی طول

پایه‌های مختلف بر حسب میلی‌متر

جدول ۲- مشخصات نقاط مورد استفاده در این پژوهش.

STATION	مختصات دکارتی			مختصات ژئودتیک		
	X(m)	Y(m)	Z(m)	N(d m s)	E(d m s)	H(m)
SEPIDAR	3449706.298	4153244.633	3388783.367	32 17 18.111606	50 17 12.494312	2390.6773
DARAN	3413553.652	4128552.167	3454386.228	32 59 27.268586	50 24 55.826815	2338.4560
۰۴KM	3451563.629	4149991.944	3390901.239	32 18 38.995557	50 14 58.479228	2411.4498
۳۳KM	3459128.581	4128807.118	3409028.517	32 30 14.162739	50 2 36.999271	2488.8581
۵۷KM	3366770.295	4160915.345	3460602.598	33 3 37.201232	51 1 20.038325	1895.5708
۸۹KM	3484077.278	4073874.599	3448774.186	32 55 51.950772	49 27 43.661606	2256.6753

جدول ۳- اعوجاج‌های ناشی از خطاهای موقعیت ایستگاه مرجع بر روی موقعیت ایستگاه مجهول.

ایستگاه مجهول	مقادیر آزمایشی خطای موقعیت ایستگاه مرجع (متر)				
	1	5	10	50	100
۰۴KM	0.000	0.001	0.001	0.006	0.012
	0.001	0.000	0.000	-0.004	-0.009
	0.000	0.000	0.001	0.006	0.011
۳۳KM	0.001	0.002	0.005	0.022	0.044
	-0.001	-0.005	-0.010	-0.052	-0.105
	0.001	0.004	0.009	0.048	0.095
۵۷KM	-0.002	-0.010	-0.019	-0.131	-0.306
	0.002	0.009	0.017	0.190	0.350
	0.000	0.002	0.005	0.027	0.105
۸۹KM	0.039	0.058	0.083	0.291	0.535
	0.054	0.048	0.040	-0.107	-0.274
	0.040	0.040	0.041	0.046	0.041

کتابنگاری

جموری، ی.، ۱۳۷۸- ارزیابی یک سیستم تعیین موقعیت آنی DGPS بر اساس مشاهده کد C/A، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه تهران، تهران، ایران.

References

- DMA, 2000- Word Geodetic System 1984: Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems, 3rd Ed., The Defense Mapping Agency Technical Report 8350.2.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. & Collins J., 2001- GPS-Theory and Practice, 5th Ed., SpringerWienNewYork, Ausria.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. & Wasle, E., 2008- GNSS-Global Navigation Satellite Systems, 1st Ed., SpringerWienNewYork, Ausria.
- Leick, A., 2003- GPS Satellite Surveying, 3rd Ed., John Wiley & Sons Inc., Canada.
- Seeber, G., 2003- Satellite Geodesy, 2nd Ed., Walter de Gruyter, Berlin.