

# ارائه الگوریتمی برای کاهش نویفه فاز تداخل‌سنگی راداری مورد استفاده در تعیین میزان جابه‌جایی‌های پوسته زمین، بر اساس تبدیل موجک در حوزه مختلط

نوشته: هیرش فتاحی\*، محمد جواد ولدان زوج\*، محمد رضا مبasherی\* و مریم دهقانی\*

\* گروه مهندسی سنجش از دور دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

## Noise Reduction of the Radar Interferometric Phase Used for Surface Displacement Measurement Based on Wavelet Transform in the Complex Domain

\*By: H. Fattahi\*, M. J. Valadan Zouj\*, M. R. Mobasherی\* & M. Dehgani

\*Remote Sensing Department, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran

تاریخ دریافت: ۱۳۸۵/۰۵/۲۱      تاریخ پذیرش: ۱۳۸۶/۰۵/۱۳

### چکیده

روش تداخل‌سنگی راداری با بهره گیری از اطلاعات فاز تصاویر مختلط SAR، توانایی بالایی در تهیه مدل ارتفاعی زمین با دقت متر و اندازه گیری جابه‌جاییها و تغییرشکلهای پوسته زمین با دقت زیر سانتی‌متر در پوششی پوسته و وسیع دارد. عوامل محدود کننده مختلفی چون عدم همبستگی هندسی و زمانی، تغییرات جوی و نویفه گرمایی سنجنده راداری موجب ایجاد نویفه در ایترفروگرام و ایجاد مشکل در عملیات بازیابی فاز و کاهش دقت نتایج می‌شود. در این پژوهش، از تبدیل موجک در حوزه مختلط برای کاهش نویفه ایترفروگرام استفاده شده است. برخلاف روشهای دیگر چون روش چندمنظوره و تبدیل فوریه در پنجره‌های کوچک ایترفروگرام، روش پیشنهاد شده در این پژوهش، نویفه را با وجود حفظ قدرت تفکیک مکانی و بدون نیاز به پنجره‌ای کردن ایترفروگرام، کاهش می‌دهد. نتایج اعمال این فیلتر بر داده‌های شبیه سازی شده و واقعی و مقایسه آن با فیلترهای موجود، نشان دهنده توانایی بالای تبدیل موجک در کاهش نویفه ایترفروگرام است.

**کلید واژه‌ها:** تداخل‌سنگی راداری، ایترفروگرام، حوزه مختلط، کاهش نویفه، تبدیل موجک

### Abstract

Interferometric Synthetic Aperture Radar (InSAR) technique using phase information has demonstrated its abilities in topographic mapping and measuring surface deformation with the precision of meter and sub-centimeter, respectively in a very high spatial resolution. However, various limiting factors such as spatial and temporal decorrelation, atmospheric effects and thermal noise of the radar sensor introduce different types of noise into the interferograms, which makes the phase unwrapping too difficult to obtain the accurate results. In this study, an algorithm for noise suppression is presented based on wavelet transform in the complex domain. The high-frequency data due to the phase jumps is not appeared in the complex domain. Therefore, the wavelet coefficients obtained in the complex domain include mostly the noise. The wavelet coefficients of the noisy interferogram are then filtered using the threshold computed from the related wavelet band. In comparison with the other noise reduction methods such as multi-look processing and those based on Fourier transform in small windows, the proposed algorithm can reduce the noise while keeping the spatial resolution without the need for windowing the interferogram. Quantitative and qualitative evaluations of the results obtained by the new method applied on the simulated and real noisy data show high performance of the wavelet transform in noise reduction.

**Keywords:** InSAR, Interferogram, Complex Domain, Noise Reduction, Wavelet Transform



## ۱- مقدمه

تداخل سنجی راداری که اکنون فقط شامل فاز جابه‌جایی است، ممکن می‌شود. شکل ۲ چگونگی تغییرات فاز را بر اثر تغییر در سطح زمین نشان می‌دهد. لذا این فن توانایی مطالعه جابه‌جایی‌های پوسته زمین پیش از رخداد زمین‌لرزه، ناشی از وقوع زمین‌لرزه و پس از وقوع آن را دارد (Stramondo et al., 2005; Wright et al., 2003; Liu et al., 2004; Wright et al., 2002).

همچنین امکان شناسایی مناطق فرونشست پوسته زمین ناشی از عوامل مختلفی همچون استخراج آبهای زیر زمینی و منابع و معادن مختلف Avallone et al., 1999) با استفاده از این فن وجود دارد (Raucoules et al., 2003). از دیگر کاربردهای این فن می‌توان به نمایش جابه‌جایی‌های پوسته زمین ناشی از فعالیتهای آتش فشانی اشاره کرد (Froger et al., 2007). پوشش پیوسته و وسیع سطح در این فن، اقتصادی بودن و دقت مناسب در بسیاری از کاربردها، باعث ترغیب محققان در استفاده از تداخل سنجی راداری به منظور مطالعات جابه‌جاییها و تغییرشکل‌های پوسته زمین شده است. با وجود مزایای متعدد تداخل سنجی راداری، باید در نظر داشت که این فن، مستقل از روشهای دیگر چون مشاهدات GPS و یا نقشه برداری زمینی نیست. به عبارت دیگر مشاهدات پیوسته با پوشش وسیع تداخل سنجی راداری، مکمل مشاهدات نقطه‌ای و دقیق تر GPS است. لازم به ذکر است که این فن تداخل سنجی راداری تحت تأثیر عوامل محدودکننده مختلفی چون عدم همبستگی هندسی Geometrical Decorrelation)، عدم همبستگی زمانی (Temporal Decorrelation) (Zebker & Villasenor, 1992; Zebker et al., 1997 ; Hanssen, 2001; Henderson & Lewis, 1998).

این محدودیتها باعث کاهش همبستگی تصاویر و در نتیجه افزایش نویفه ایترفوگرام و کاهش کیفیت نتایج می‌شود. با توجه به روابط ۵ و ۶، ملاحظه می‌شود که با افزایش نویفه فاز، میزان خطای در محاسبه ارتفاع و میزان جابه‌جایی، افزایش می‌یابد (Zebker & Villasenor, 1992; Hanssen, 2001; Henderson & Lewis, 1998).

$$\sigma_h = \frac{\lambda R \tan(\theta)}{4\pi B} \sigma_\phi \quad (5)$$

$$\sigma_{\Delta\phi} = \frac{\lambda}{4\pi} \sigma_\phi \quad (6)$$

در روابط فوق،  $R$  فاصله سنجنده تا هدف،  $\sigma_\phi$  انحراف استاندارد

تداخل سنجی راداری (Interferometry SAR :InSAR) فنی است که در آن از ترکیب تصاویر مختلط راداری (تصاویر SAR) گرفته شده توسط آنتنهایی در موقعیتها و یا زمانهای مختلف، استفاده می‌شود. از اطلاعات ناشی از اختلاف فاز این تصاویر برای محاسبه مدل ارتفاعی و یا میزان جابه‌جاییها و تغییرشکل‌های پوسته زمین استفاده می‌شود. ایترفوگرام (interferogram) با ضرب پیکسل به پیکسل یک تصویر SAR در مزدوج مختلط تصویر دوم که نسبت به تصویر اول ثبت هندسی (Coregister) و هماندازه (Resample) شده است، حاصل می‌شود (Hanssen, 2001). این مراحل در معادلات زیر خلاصه می‌شود:

$$y_1 = |y_1| \exp(j\phi_1) \quad (1)$$

$$y_2 = |y_2| \exp(j\phi_2) \quad (2)$$

$$ComplexInterferogram = y_1 y_2^* = |y_1| |y_2| \exp(j(\phi_1 - \phi_2)) \quad (3)$$

در این روابط  $y_1$  و  $y_2$  تصاویر مختلط SAR،  $\phi_1$  و  $\phi_2$  فازهای متناظر با تصاویر اول و دوم،  $|y_1|$  و  $|y_2|$  دامنه‌های متناظر با این تصاویر و  $\phi$  فاز تداخل سنجی راداری (Interferometric Phase) یا فاز ایترفوگرام است.

با توجه به هندسه تصویر برداری سنجنده راداری (شکل ۱) و با بهره‌گیری از توابع مثلثاتی، روابط زیر برای محاسبه ارتفاع هدف با استفاده از فاز ایترفوگرام قابل اثبات است (Graham, 1974; Hanssen; 2001Zebker & Goldstein, 1986; Madsen & Zebker, 1993

: (Zebker & Werner, 1994

$$\theta = \alpha - \arcsin \left( \frac{\lambda \phi}{4\pi B} \right) \quad (4)$$

$$h = H - \rho_1 \cos(\theta)$$

در روابط فوق،  $\theta$  زاویه دید سنجنده،  $B$  فاصله مکانی بین دو موقعیت تصویر برداری  $\alpha$  سنجنده موسوم به خط مبنای مکانی (Spatial Baseline)،  $\alpha$  زاویه خط مبنای با افق،  $\lambda$  طول موج مورد استفاده سنجنده راداری،  $H$  فاصله سنجنده (در حالت اول تصویر برداری) تا هدف،  $h$  ارتفاع سنجنده راداری از سطح مبنای  $h$  ارتفاع هدف از همان سطح مبنای است.

چنانچه در فاصله زمانی گرفته دو تصویر راداری تشکیل دهنده ایترفوگرام، اتفاقی همچون زمین‌لرزه باعث جابه‌جایی و دگرشکلی پوسته زمین در منطقه مورد نظر شود، آنگاه فاز تداخل سنجی راداری علاوه بر اطلاعات توپوگرافی، حاوی اطلاعات جابه‌جایی‌های پوسته زمین نیز خواهد بود. لذا در صورت آگاهی از سهم توپوگرافی در فاز ایترفوگرام، با استفاده از ایترفوگرامهایی مربوط به زمانهای دیگر و یا با استفاده از مدل ارتفاعی موجود منطقه، و حذف آن از این فاز، محاسبه میزان جابه‌جایی‌های پوسته زمین با استفاده از فاز



تقویت سیگنال تا حدی موجب بهبود اینترفروگرام می‌شود (Martinez & Fabergas, 2002).

لذا مسئله کاهش نوشه اینترفروگرام همچنان به عنوان یک مشکل مطرح است، به گونه‌ای که (Zebker, 2005) به منظور کاهش نوشه فاز اینترفروگرام برای تعیین دقیق همبستگی تصاویر از تبدیل فوریه و پنجره‌ای کردن اینترفروگرام استفاده کرده است (Zebker & Chen, 2005).

پردازش تداخل‌سنجد راداری، همچون DORIS و GAMMA، نیز

الگوریتم Goldstein & Werner را مورد استفاده قرار می‌دهند.

در این مقاله به منظور کاهش نوشه فاز تداخل‌سنجد راداری از تبدیل موجک با روش تجزیه Mallat استفاده می‌شود. هدف آن است تا با ارائه الگوریتم در حوزه موجک، ضمن حفظ قدرت تفکیک مکانی و بدون نیاز به پنجره‌ای کردن اینترفروگرام، با تعیین آستانه‌ای برای ضرایب جزئیات موجک، نوشه فاز تداخل‌سنجد راداری کاهش یابد. در بخش بعد ابتدا مدل نوشه فاز تداخل‌سنجد راداری بررسی می‌گردد. سپس با معرفی تبدیل موجک، نوشه فاز در حوزه موجک بیان می‌شود. پس از آن الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش که بر اساس مدل نوشه فاز در حوزه موجک می‌باشد، تشریح شده و نتایج حاصل از اعمال این الگوریتم بر اینترفروگرامهای شبیه سازی شده و واقعی ارائه و با نتایج حاصل از اعمال فیلتر Goldstein & Werner مقایسه می‌شود.

شایان ذکر است در مواردی که از تداخل‌سنجد راداری به منظور بررسی وضعیت جابه‌جاییهای پوسته زمین در اثر عواملی چون زمین‌لرزه، فرونشست، آتش‌شبان و غیره استفاده می‌شود، از مشاهدات دیگر چون GPS یا دیگر روشهای نقشه برداری همچون ترازیابی دقیق به منظور مقایسه و کنترل نتایج تداخل‌سنجد راداری بهره برده می‌شود.

اما در این پژوهش چنانکه عنوان شد هدف صرفاً بررسی توانایی تبدیل موجک در کاهش نوشه فاز تداخلی است و نه بررسی جابه‌جاییهای پوسته زمین. لذا عملکرد فیلتر پیشنهادی بر مبنای تبدیل موجک با استفاده از فیلتر موجود Goldstein&Werner که فیلتر معمول در پردازش تداخل‌سنجد راداری بوده و مورد استفاده نرم افزارهای مخصوص پردازش تداخل‌سنجد راداری چون DORIS و GAMMA است، کنترل می‌شود. در نهایت در بخش ۵ نتیجه گیری و پیشنهادهایی برای کارهای آینده ارائه می‌شود.

## ۲- مدل نوشه فاز تداخل‌سنجد راداری

از آنجاکه فاز تداخل‌سنجد راداری، حاصل تداخل دو تصویر مختلط SAR است، رفتار آماری نوشه آن به این تداخل وابسته است

فاز اینترفروگرام، میزان خطای ارتفاع به دست آمده از روش تداخل‌سنجد راداری و بانگر بزرگی خطای جایه‌جایی تعیین شده با استفاده از روش تداخل‌سنجد راداری است.

شایان ذکر است که تصاویر SAR دارای فاز مطلق و پیوسته نبوده و فقط مقدار اصلی فاز در بازه  $[\pi, -\pi]$  را به طور گسسته داراست (Hanssen, 2001; Henderson & Lewis, 1998).

از مراحل پردازش تداخل‌سنجد راداری، عملیات بازیابی فاز است.

یکی از مشکلات بازیابی فاز در اینترفروگرام، وجود نقاطی است که عملیات بازیابی فاز در آنها ممکن نیست. این نقاط را اصطلاحاً باقیمانده residue (گویند). وجود نوشه در اینترفروگرام باعث افزایش تعداد باقیمانده‌ها شده و عملیات بازیابی فاز را دچار مشکل و یا حتی ناممکن می‌سازد. از این‌رو به منظور کاهش نوشه، فیلتر کردن اینترفروگرام پیش عملیات بازیابی فاز امری ضروری است (Zebker & Lu, 1998).

راههای مختلفی برای کاهش نوشه فاز تداخل‌سنجد راداری ارائه شده است. اولین روش استفاده از تحلیل چند منظره (Multilooking) است.

در این روش اینترفروگرام در هر دو جهت مختصات (pixel و line) با نسبت مورد نظر، میانگین گیری می‌شود. برای مثال، اگر اینترفروگرام با نسبت ۲ و ۵ چند منظره شود، آنگاه در اینترفروگرام حاصل، فاز تداخل‌سنجد راداری در هر پیکسل، میانگین فاز ۱۰ پیکسل در اینترفروگرام اولیه است. برای مثال اینترفروگرامی با اندازه  $100 \times 100$  پیکسل، پس از اعمال این فیلتر، دارای ابعاد  $50 \times 20$  پیکسل خواهد بود. از این‌رو روش مذکور، نوشه را با هزینه کاهش قدرت تفکیک مکانی،

کاهش می‌دهد (Martinez & Fabergas, 2002). روشهای دیگری بر اساس خصوصیات آماری محلی اینترفروگرام (Lee et al., 1998) و نیز بر

اساس تبدیل فوریه در پنجره‌های کوچک اینترفروگرام (Goldstein & Werner, 1998) ارائه شده است. دو روش اخیر تا حد زیادی نوشه را کاهش داده و قدرت تفکیک مکانی را حفظ می‌کنند. از آنجا که هر دو روش بر اساس پنجره‌ای کردن اینترفروگرام عمل می‌کنند، انجام فیلتر بسیار وابسته به اندازه پنجره می‌باشد. بدین معنی که اینترفروگرامهای مختلف، به پنجره‌هایی با اندازه‌های متفاوت نیاز دارد.

Martinez & Fabergas (2002) نوشه فاز تداخل‌سنجد (اینترفرومتری)، را در حوزه موجک (Wavelet) مدل کرده و با جداسازی سیگنال از نوشه،

بدون حذف نوشه، سیگنال شناسایی شده را تقویت کرده‌اند. اگرچه در این روش قدرت تفکیک مکانی حفظ می‌شود و نیازی به پنجره‌ای که اینترفروگرام نیست، اما نوشه فاز به طور قابل قبولی کاهش نیافته و فقط



: (Kingsbury, 2001) است و با استفاده از رابطه ۱۳ به دست می‌آید

$$N_c = \frac{\pi}{4} |\rho| F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; |\rho|^2\right) \quad (13)$$

رابطه فوق بیانگر ارتباط مستقیم  $N_c$  با  $|\rho|$  است. به عبارت دیگر  $N_c$  فقط به  $|\rho|$  وابسته بوده و چنانکه Martinez و Fabergas ثابت کردند اختلاف کمی با آن دارد (Martinez & Fabergas, 2002). لذا  $N_c$  نیز همچون  $|\rho|$  می‌تواند به عنوان پارامتری برای سنجش کیفیت فاز در نظر گرفته شود. با توجه به رابطه ۱۳ روش است که با کاهش همبستگی تصاویر ( $|\rho|$ ), پارامتر  $N_c$  کاهش یافته و در نتیجه با توجه به روابط ۱۱ و ۱۲ سهم سیگنال اصلی در فاز مشاهداتی کاهش می‌یابد. بر عکس با افزایش همبستگی، سهم سیگنال در فاز مشاهداتی افزایش می‌یابد. از آنجاکه میزان همبستگی فاز در کل تصویر متغیر است، نویفه فاز تداخل سنجی راداری فرایندی ناپایدار (nonstationary) بوده و برای کاهش آن، الگوریتمهایی با توان پردازش محلی لازم است. تبدیل موجک برخلاف تبدیل فوریه دارای این خصوصیت مهم بوده و از این رو در این پژوهش از آن استفاده می‌شود.

در بخش بعد، با استفاده از مدل نویفه ارائه شده توسط روابط ۱۱ و ۱۲، مدل نویفه در حوزه موجک معرفی می‌شود و با توجه به آن، ایده اصلی الگوریتم پیشنهادی در حوزه موجک بیان می‌شود.

### ۳- تبدیل موجک

کمبودهای تبدیل فوریه در تحلیل سیگنالهای با خصوصیات ناپایدار، منجر به ارائه تحلیل بسامد- زمان توسط Gabor (1946) شد (Gonzalez & Woods, 2002; Mallat, 1998). این تبدیل اگرچه توانایی ارائه اطلاعاتی در مورد بسامد و زمان اتفاق خاصی در سیگنال را دارد، اما به واسطه استفاده از پنجره‌هایی با اندازه ثابت دچار محدودیت است. این مشکل، با ارائه تبدیل موجک رفع شد. تبدیل موجک در واقع یک تحلیل پنجره‌ای زمان (یا مکان) در مقیاس متغیر است. تبدیل موجک پیوسته تابع  $f(t) \in L^2(R)$  به صورت انتگرالی روی  $L^2(R)$  تعریف می‌شود (Gonzalez & Woods, 2002; Mallat, 1998)

$$WT_{f(u,s)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{u,s}^*(t) dt \quad (14)$$

در رابطه فوق  $\psi_{u,s}^*$  بیانگر مزدوج مختلط است. تابع  $\psi_{u,s}(t)$  که با انتقال و تغییر مقیاس موجک مادر ( $\psi$ ) به دست می‌آید، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad (15)$$

(Martinez & Fabergas, 2002). نویسنده‌گان مختلفی بر اساس مدل بازتاب گوسی برای بازتابندهای توزیع شده،تابع چگالی احتمال فاز تداخل سنجی راداری را به صورت زیر بیان کردند (Hanssen, 2001; Lee et al., 1998)

$$P_\varphi(\rho) = \frac{\Gamma(n+\frac{1}{2})(1-|\rho|^2)^n \beta}{2\sqrt{\pi\Gamma(n)(1-\beta^2)^{n+1/2}}} + \frac{(1-|\rho|^2)}{2\pi} F(n, 1; \frac{1}{2}; \beta^2) \quad (16)$$

که در آن  $\theta = |\rho| \cos(\varphi - \beta)$  موقعیت پیشینه توزیع،  $|\rho|$  ضریب همبستگی،  $n$  تعداد منظرها (looks) و  $F$  تابع فوق هندسی گوسی است. ضریب همبستگی دو تصویر مختلط SAR معياری از کیفیت فاز تداخل سنجی به شمار می‌آید که به صورت زیر بیان می‌شود (Hanssen, 2001; Lee et al., 1998; Martinez & Fabergas, 2002)

$$\rho = \frac{E\{I_1 I_2^*\}}{\sqrt{E\{|I_1|^2\} E\{|I_2|^2\}}} = |\rho| e^{j\varphi} \quad (17)$$

که در آن  $I_1$  و  $I_2$  دو تصویر مختلط SAR،  $|\rho|$  ضریب همبستگی،  $\varphi$  فاز تداخل سنجی راداری متناظر،  $E$  عملگر امید ریاضی و  $*^*$  بیانگر مزدوج مختلط است.

Lee و همکاران مدل نویفه فاز تداخل سنجی راداری را به صورت یک مدل نویفه جمعی (additive) ثابت کردند (Lee et al., 1998)

$$\phi_z = \phi_x + v \quad (18)$$

که  $\phi_z$  فاز اندازه گیری شده،  $\phi_x$  فاز اولیه بدون نویفه و  $v$  نشانگر نویفه با میانگین صفر و وابسته به میزان همبستگی ( $|\rho|$ ) و تعداد منظرها ( $n$ ) است. فاز اندازه گیری شده می‌تواند در حوزه مختلط به صورت نقطه‌ای در دایره واحد بیان شود:

$$e^{j\varphi_z} = \cos(\varphi_z) + j \sin(\varphi_z) \quad (19)$$

فیلتر کردن فاز تداخل سنجی راداری در حوزه مختلط از تحریب الگوی فرینج، که خود دارای بسامد بالا است، در حین اعمال فیلتر جلوگیری می‌کند. این موضوع در بخش بعد بیشتر مورد توجه قرار خواهد گرفت. با استفاده از تابع چگالی احتمال فاز تداخل سنجی راداری بیان شده با رابطه ۷ و با بهره گیری از خصوصیات توابع مثلثاتی، بخش‌های حقیقی و موهومی رابطه ۱۰ را می‌توان به صورت زیر، که بیانگر مدل نویفه فاز تداخل سنجی راداری می‌باشد، بیان کرد (Kingsbury, 2001):

$$\cos(\varphi_z) = N_c \cos(\varphi_x) + v_c \quad (11)$$

$$\sin(\varphi_z) = N_c \sin(\varphi_x) + v_s \quad (12)$$

در این روابط  $v_c$  و  $v_s$  بیانگر نویفه با میانگین صفر بوده و  $N_c$  میانگین ( $v$ )



بودن همبستگی بین دو سیگنال (یعنی  $|p|$  بیشتر)، طبق رابطه ۷،  $N$  نیز دارای مقدار بیشتر بوده و با توجه به روابط ۱۷ و ۱۸ سهم سیگنال اصلی در ضریب موجک مربوطه بیشتر خواهد بود و شدت ضریب موجک نیز افزایش خواهد یافت. اما بر عکس چنانچه همبستگی کم باشد، آنگاه  $N$  دارای مقداری کمتر بوده، سهم سیگنال در ضریب موجک کاهش یافته و شدت ضریب موجک مقدار کمی خواهد بود.

چنانکه اشاره شد تبدیل موجک یک تقسیم بسامدی را انجام می دهد. بدین ترتیب که باندهای باقیمانده شامل اطلاعات بسامد پایین و باندهای موجک شامل اطلاعات بسامد بالاست. لذا چنانچه سیگنال اصلی دارای بسامد پایین باشد، ضرایب مربوط به آن در باندهای باقیمانده دارای شدت زیاد و در باندهای موجک، دارای شدت کم خواهند بود. بر عکس ضرایب نوافه در باندهای باقیمانده دارای شدت کم و در باندهای موجک شدت زیادی دارد. در مورد ایترفوگرام چنانچه به طور مستقیم تبدیل موجک فاز تداخل سنجی را دارای در حوزه حقیقی پردازش شود، آنگاه بخشی از ضرایب سیگنال اصلی، مربوط به پرشهای فاز حاشیه‌ها که دارای بسامد بالا هستند، با شدت بالای در باندهای موجک ظاهر می شوند. این مسئله موجب اختلال در شناسایی و تمیز ضرایب نوافه از ضرایب سیگنال می شود.

در صورت آستانه‌گذاری ضرایب موجک با وجود کاهش نوافه، اطلاعات بسامد بالا یعنی حاشیه‌ها تخریب می شوند. لذا به منظور جلوگیری از چنین پیشامد نامطلوبی، همچنان که پیشتر نیز اشاره شد، ایترفوگرام در حوزه مختلط پردازش شود، چرا که دیگر در این حوزه پرش فاز و لذا بسامدهای بالای ناشی از این پرشها وجود ندارد. بدین ترتیب سیگنال اصلی در باند باقیمانده و نوافه در باندهای موجک متمرکز می شود.

لذا در صورت استفاده از تبدیل موجک فاز تداخل سنجی را دارای در حوزه مختلط، امکان شناسایی ضرایب نوافه در باندهای موجک و کاهش نوافه با آستانه‌گذاری این باندها ممکن می شود. در بخش بعد، جزئیات این الگوریتم و نتایج حاصل از اعمال آن بر روی داده‌های شیوه سازی شده و واقعی تشریح خواهد شد.

#### ۴- کاهش نوافه فاز با استفاده از تبدیل موجک

همچنان که در بخش قبل بیان شد، با پردازش ایترفوگرام در حوزه مختلط، باندهای موجک حاوی ضرایب مربوط به نوافه است. لذا با آستانه‌گذاری باندهای موجک، نوافه ایترفوگرام کاهش خواهد یافت. شمای کلی الگوریتم مورد استفاده در این مقاله به منظور کاهش نوافه ایترفوگرام در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شمای کلی،  $\varphi$  فاز ایترفوگرام اولیه،  $I$  میدان نمایی فاز ایترفوگرام در حوزه مختلط،  $WTC$  ضرایب تبدیل موجک،  $DWT$

در رابطه فوق  $S$  پارامتر مقیاس بوده و با اطلاعات بسامد مرتبط است و  $u$  پارامتر انتقال و حاوی اطلاعاتی در مورد زمان (یا مکان) است. این تبدیل قابل تعمیم به حالت دو بعدی برای سیگنالهای گسسته (مانند تصویر رقومی) است (Gonzalez&Woods,2002;Mallat,1998).

Mallat ثابت می کند که تبدیل موجک گسسته سریع را می توان با استفاده از یک بانک فیلتری محاسبه کرد (Mallat,1998). در این الگوریتم، یک سیگنال یک بعدی در یک سطح تجزیه، به دو زیرباند  $a$  و  $d$  تبدیل می شود که در آن  $a$  باند باقیمانده بوده و شامل ضرایب تقریبات سیگنال است و  $d$  باند موجک بوده و شامل ضرایب جزئیات است. به همین ترتیب یک تصویر دو بعدی در یک سطح تجزیه به چهار زیرباند  $C_v$ ،  $C_h$ ،  $C_a$  و  $C_d$  تبدیل می شود که در آن  $C_a$  باند باقیمانده و  $C_v$ ،  $C_h$  و  $C_d$  باندهای موجک هستند. باند باقیمانده در هر سطح تجزیه شامل اطلاعات بسامد پایین همچون اطلاعات سیگنال اصلی و باندهای موجک، شامل اطلاعات بسامد بالا همچون اطلاعات مربوط به نوافه می باشد.

شکل ۳ شمای کلی تجزیه یک تصویر را در دو سطح نشان می دهد. ملاحظه می شود که در سطح دوم باند تقریبات سطح اول خود به چهار باند دیگر تجزیه شده است. این روند در سطوح بعدی نیز تکرار می شود. تبدیل موجک، یک اپراتور خطی است (Mallat,1998). لذا تبدیل موجک میدان مختلط فاز را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} DWT2D(e^{j\varphi_z}) &= DWT2D \{ \cos(\varphi_z) + j \sin(\varphi_z) \} \\ &= DWT2D \{ (\cos(\varphi_z)) + j DWT2D(\sin(\varphi_z)) \} \end{aligned} \quad (16)$$

در این رابطه  $DWT2D$  عملگر معرف تبدیل موجک دو بعدی گسسته با استفاده از الگوریتم Mallat است. لذا به منظور به دست آوردن مدل نوافه فاز در حوزه موجک کافی است این مدل را برای بخش‌های حقیقی و موهومی میدان مختلط فاز به دست آوریم. با توجه به این موضوع و با در نظر گرفتن مدل نوافه فاز بیان شده در بخش پیش (روابط ۱۱ و ۱۲)، تبدیل موجک قسمت‌های حقیقی و موهومی را می توان به صورت زیر بیان کرد (Martinez&Fabergas, 2002):

$$DWT2D(\cos(\varphi_z)) = DWT2D(N_c \cos(\varphi_x) + v_c) = 2^i N_c DWT2D(\cos(\varphi_x)) + v_c^W \quad (17)$$

$$DWT2D(\sin(\varphi_z)) = DWT2D(N_c \sin(\varphi_x) + v_c) = 2^i N_c DWT2D(\sin(\varphi_x)) + v_c^W \quad (18)$$

در روابط فوق  $i$  معرف سطح تجزیه  $v_c^W$  و  $v_s^W$  به ترتیب معرف ضرایب موجک جملات نوافه  $v_c$  و  $v_s$  است.

با در نظر گرفتن روابط فوق می توان چنین نتیجه گرفت که در صورت بالا



فیلتر شده (Interferogram Correlation) و در نهایت همبستگی لبه های اینترفو-گرامهای بدون نویفه و فیلتر شده محاسبه شد. به منظور ارزیابی فیلتر پیشنهادی در این مقاله، فیلتر Goldstein&Werner نیز بر اینترفو-گرام شبیه سازی شده اعمال گردید.

در اعمال فیلتر موجک، از خانواده موجک daubechies با مرتبه ده استفاده و چنانکه اشاره شد ضرایب موجک در سه سطح محاسبه شد. همچنین فیلتر Goldstein&Werner با پنجره های  $32 \times 32$  با پوشش ۶ پیکسل بر اینترفو-گرام نویفه ای اعمال شد. با توجه به نتایج نمایش داده شده در جدول ۱، توانایی بالای هر دو فن در کاهش نویفه و تعداد باقیمانده ها روشی است. لازم به ذکر است که تعداد باقیمانده ها در اینترفو-گرام نویفه ای برابر با ۱۵۹۹۲ بوده و عملایی بازیابی فاز از آن ناممکن است.

شکل های ۶-الف و ۶-ب به ترتیب اینترفو-گرامهای فیلتر شده با روش تبدیل موجک و روش Goldstein&Werner را نشان می دهند. نتایج اعمال هر دو فیلتر مذکور بر روی اینترفو-گرام شبیه سازی شده، در جدول ۱ ارائه شده است. بالاتر بودن معیارهای سیگنال به نویفه (SNR)، همبستگی اینترفو-گرام فیلتر شده و بدون نویفه و همچنین همبستگی لبه های اینترفو-گرام فیلتر شده و بدون نویفه برای روش موجک نسبت به روش دیگر نشان دهنده توانایی بالاتر الگوریتم پیشنهادی نسبت به روش Goldstein&Werner در کاهش نویفه با وجود حفظ سیگنال است.

شکل ۷-الف تصویر یک اینترفو-گرام واقعی مربوط به زلزله شهر بم در تاریخ ۲۰۰۳/۱۲/۲۶ است. مناطق تیره در تصویر همبستگی شکل ۷-ب نشان دهنده مناطق با همبستگی پایین و لذا دارای نویفه شدید در اینترفو-گرام است. بخش اعظم نویفه این اینترفو-گرام، ناشی از عدم همبستگی زمانی حاصل از تخریب ساختمانهای شهرهای بم و براوات بر اثر زمین لرزه در فاصله زمانی اخذ تصاویر راداری است.

شکل ۷-ج شدت ضرایب باندهای تبدیل موجک فاز اینترفو-گرام در حوزه حقیقی و شکل ۷-د شدت ضرایب باندها را برای فاز اینترفو-گرام در حوزه مختلط نشان می دهد. ملاحظه می شود که در باندهای موجک در شکل ۷-ج ضرایب مربوط به مرز فرینجهای، یعنی مناطق دارای پرش فاز، به مانند ضرایب نویفه، دارای شدت بالایی هستند در حالی که در شکل ۷-د، در باندهای موجک فقط ضرایب نویفه شدت بالایی دارند. لذا چنانکه قبل از اشاره شد با پردازش اینترفو-گرام در حوزه مختلط، شناسایی ضرایب نویفه در باندهای موجک ممکن شده و از تخریب فرینجهای جلوگیری می شود. الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش برای اینترفو-گرام شبیه سازی شده در شکل ۷-الف که دارای خصوصیات متنوعی چون فرینجهای متراکم و

عملگر تبدیل موجک،  $\hat{M}$  برآورده از نویفه،  $MAD$  عملگر انحراف مطلق میانه،  $C_{dl}$  باند موجک قطری در سطح اول تجزیه،  $SURE$  الگوریتم تعیین آستانه مورد استفاده در این پژوهش،  $DC_i$  آستانه  $\lambda_{DC_i}$  آمین باند موجک،  $IDWT$  ضرایب جزئیات آستانه گذاری شده  $\delta_{DC_i}^s$ ، تابع آستانه گذاری  $WTC$  ضرایب آستانه گذاری شده تبدیل موجک،  $arg$  عملگر معکوس تبدیل موجک،  $I$  میدان فاز نمایی مختصات فیلتر شده،  $\hat{\varphi}$  محاسبه آرگومان یک عدد مختصات و  $\hat{\varphi}$  فاز اینترفو-گرام فیلتر شده است. چنانکه مشاهده می شود ابتدا اینترفو-گرام به حوزه مختصات منتقل شده و سپس تبدیل موجک آن در سه سطح محاسبه می شود. پس از آن، با توجه به محتويات نویفه ضرایب موجک، انحراف مطلق میانه ( $MAD$ ) باند موجک قطری در سطح اول ( $C_{dl}$ ) به عنوان برآورده از نویفه محاسبه می شود. در مرحله بعد با استفاده از روش SURE آستانه محاسبه می شود. این روش بر اساس کمینه کردن برآورده ریسک ناریب Stein است. به عبارت دیگر در هر زیرباند ( $w_s$ ، برای تابع آستانه گذاری Soft،  $\lambda_s^s$ ) به گونه ای انتخاب می شود که برآورده ریسک ناریب Stein ( $SURE(\lambda_s^s, w_s)$ ) کمینه شود (Fodor, 2001):

$$\lambda_s^s = \arg \min_{\lambda \geq 0} SURE^s(\lambda, w_s) \quad (19)$$

که :

$$SURE^s(\lambda, w_s) = N_s + \sum_{n=1}^{N_s} [\min(|w_n|, \lambda)]^2 - 2[(\#of |w_n| \leq \lambda)] \quad (20)$$

و تعداد  $N_s$  ضرایب موجک در زیرباند  $w_s$  است.

پس از برآورده نویفه و تعیین آستانه ها، باندهای موجک ( $DC_i$ ) در سطوح مختلف آستانه گذاری می شوند. به منظور آستانه گذاری باندهای موجک از تابع soft که به صورت زیر است، استفاده می شود:

$$\delta_\lambda^s(w) = sgn(w)(|w| - \lambda) I_{\{|w| > \lambda\}} \quad (21)$$

که  $I_{\{\alpha\}}$  شاخص  $\{\alpha\}$  مطابق با  $\{\alpha = false, \alpha = true\}$  است.  $w$  و  $\lambda$  نیز به ترتیب ضرایب جزئیات و مقدار آستانه هستند. پس از آستانه گذاری باندهای موجک، تبدیل معکوس موجک در سطوح مختلف محاسبه شده و میدان نمایی فیلتر شده اینترفو-گرام ( $\hat{I}$ ) بدست می آید. در نهایت فاز فیلتر شده با محاسبه آرگومان  $\hat{\varphi}$  استخراج می شود.

الگوریتم پیشنهاد شده در این مقاله ابتدا بر یک اینترفو-گرام شبیه سازی شده که نویفه نرمال با انحراف استاندارد ۲ به آن افزوده شده بود، شکل ۵-ب، اعمال شد و معیارهای مختلفی چون تعداد باقیمانده ها، نسبت سیگنال به نویفه، خطای کمترین مربعها (RMSE)، همبستگی اینترفو-گرامهای بدون نویفه و

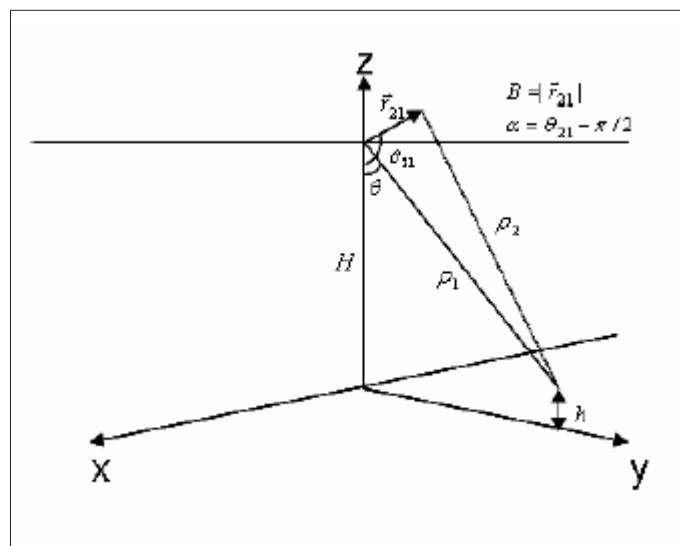


و واقعی در حوزه مختلط توانایی بالای این فن در کاهش نوافه و تعداد باقیمانده‌های اینترفروگرام را بدون تخریب حاشیه‌ها نشان می‌دهد. این فیلتر نسبت سیگنال به نوافه اینترفروگرام شبیه سازی شده را به اندازه  $0.57 \pm 0.07$  دارد. بیش از فیلتر Goldstein&Werner ارتفا داده است. نتایج عددی دو معیار جذر خطای کمترین مربعها و میزان همبستگی اینترفروگرامهای فیلترشده و بدون نوافه نیز با نتایج نسبت سیگنال به نوافه سازگارند. لذا با توجه به این سه معیار مشخص است که فیلتر موجک بهتر از فیلتر Goldstein&Werner نوافه فاز اینترفروگرام راداری را کاهش داده است. میزان همبستگی لبه‌ها برای اینترفروگرام حاصل از فیلتر موجک  $0.73 \pm 0.03$  و برای نتایج فیلتر Goldstein&Werner برابر با  $0.26 \pm 0.01$  است. لذا با توجه به این معیار توانایی بالای فیلتر موجک در حفظ جزئیات و مرز حاشیه‌های موجود در اینترفروگرام در مقایسه با فیلتر Goldstein&Werner مشخص است. علاوه بر این، نتایج حاصل از اعمال فیلتر پیشنهادی مبتنی بر تبدیل موجک و نیز فیلتر موجود Goldstein&Werner بر روی اینترفروگرام واقعی مربوط به زمین‌لرزه قسم بیانگر توانایی بالاتر فیلتر موجک در کاهش نوافه فاز تداخل سنجی راداری و آسان‌سازی عملیات بازیابی فاز تداخلی است. به گونه‌ای که تعداد باقیمانده‌های موجود در اینترفروگرام حاصل از فیلتر موجک  $1251 \pm 125$  عدد کمتر از تعداد باقیمانده‌های موجود در نتایج حاصل از فیلتر Goldstein&Werner است. همچنین فیلتر موجک انحراف استاندارد فاز تداخلی را از  $0.81 \pm 0.09$  رادیان به  $0.41 \pm 0.04$  رادیان کاهش داده که مقداری کمتر از انحراف استاندارد فاز تداخلی حاصل از فیلتر Goldstein برابر با  $0.41 \pm 0.04$  رادیان است. لذا نتایج عددی پارامترهای مختلف حاصل از اعمال فیلتر موجک و فیلتر تووانایی بالای الگوریتم موجک در کاهش نوافه با وجود حفظ سیگنال اولیه و بدون نیاز به تقسیم اینترفروگرام به قطعات کوچک و جداگانه پردازش کردن این قطعات است.

غیرمتراکم و مناطق با نوافه کم، متوسط و شدید است، اعمال شد. شکل ۸-الف اینترفروگرام فیلتر شده با استفاده از فیلتر موجک را نشان می‌دهد. به منظور معتبرسازی بیشتر الگوریتم پیشنهادی، فیلتر Goldstein&Werner نیز بر اینترفروگرام نوافه‌ای اعمال شد که حاصل آن در شکل ۸-ب نشان داده شده است. برای ارزیابی میزان نوافه اینترفروگرامهای اولیه و فیلترشده، انحراف استاندارد فاز تداخل سنجی در پنجرهای  $5 \times 5$  در کل اینترفروگرام محاسبه شد و میانگین آنها به عنوان معیاری از نوافه در نظر گرفته شد. جدول ۲ اطلاعات تعداد باقیمانده‌ها و میزان انحراف معیار فاز تداخل سنجی راداری، قبل و بعد از اعمال فیلترهای موجک و Goldstein&Werner را ارائه می‌دهد. چنانکه مشاهده می‌شود، فیلتر پیشنهاد شده در این مقاله نوافه فاز و تعداد باقیمانده‌ها را در یک اینترفروگرام نوافه‌ای به طور چشمگیری کاهش داده و بدین ترتیب باعث آسان‌سازی عملیات بازیابی فاز و نیز افزایش دقت نتایج حاصل از تداخل سنجی راداری می‌شود. با این وجود حضور نوافه در قسمتهایی از اینترفروگرام (شهر بم) حتی پس از فیلتر کردن اینترفروگرام آشکار است. دلیل این مسئله شدید بودن نوافه در این مناطق است به طوری که با توجه به شکل ۷-ب میزان همبستگی در این نواحی بسیار کم و در حد  $0.1 \pm 0.01$  است.

## ۵-نتیجه گیری

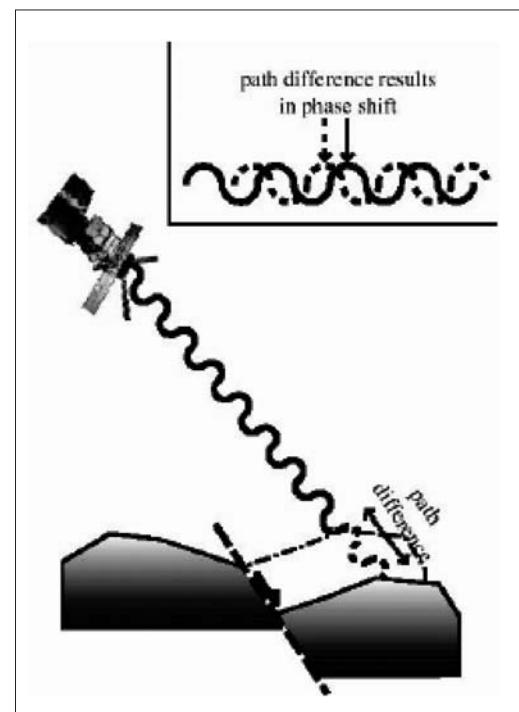
در این مقاله، محدودیتهای فن تداخل سنجی راداری برای تهیه مدل ارتفاعی زمین و تعیین میزان جایه‌جاییهای پوسته زمین بررسی شد. با توضیح مدل نوافه فاز تداخل سنجی راداری، این مدل در حوزه موجک معروف و بر اساس آن الگوریتمی برای کاهش نوافه فاز اینترفروگرام ارائه شد. حفظ قدرت تفکیک مکانی و عدم نیاز به پنجرهایی کردن اینترفروگرام از مزایای مهم الگوریتم پیشنهادی بر اساس تبدیل موجک نسبت به الگوریتمهای موجود همچون روش چند منظره و روش Goldstein&Werner به شمار می‌آید. نتایج حاصل از اعمال فیلتر موجک بر اینترفروگرامهای شبیه سازی شده



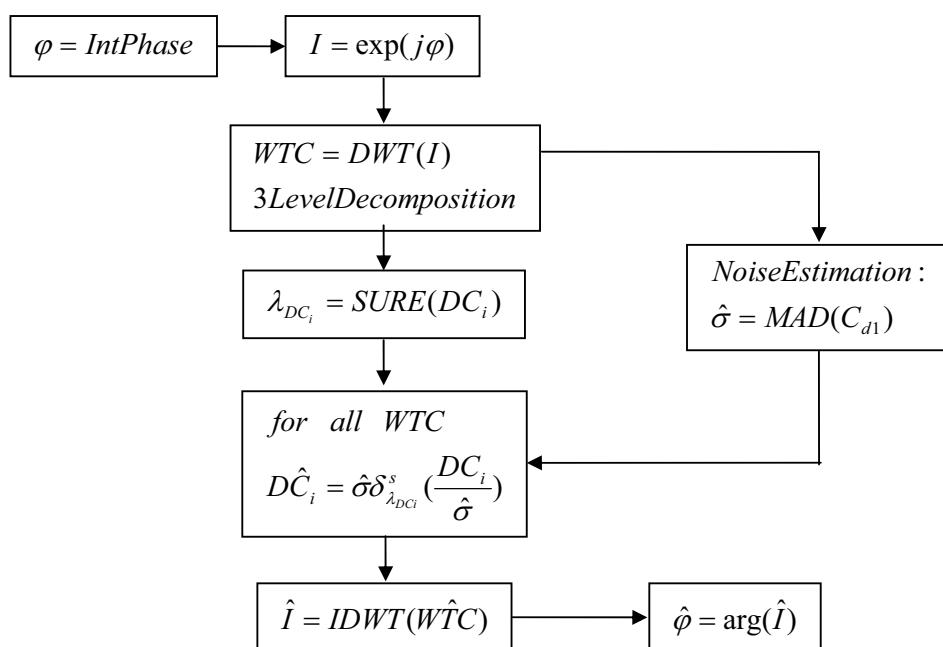
شکل ۱- هندسه تصویربرداری سنجنده راداری

|          |          |          |
|----------|----------|----------|
| $C_{a2}$ | $C_{h2}$ | $C_{h1}$ |
| $C_{v2}$ | $C_{d2}$ |          |
| $C_{v1}$ |          | $C_{d1}$ |

شکل ۳- شمای تجزیه موجک در دو سطح



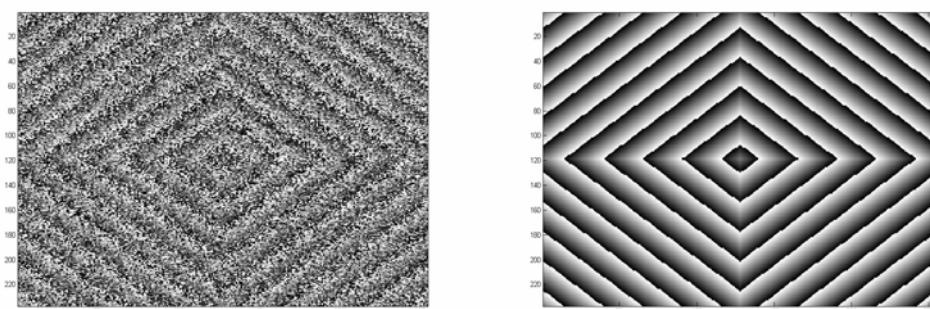
شکل ۲- تغییرات فاز سیگنال در اثر جابه جاییهای پوسته زمین



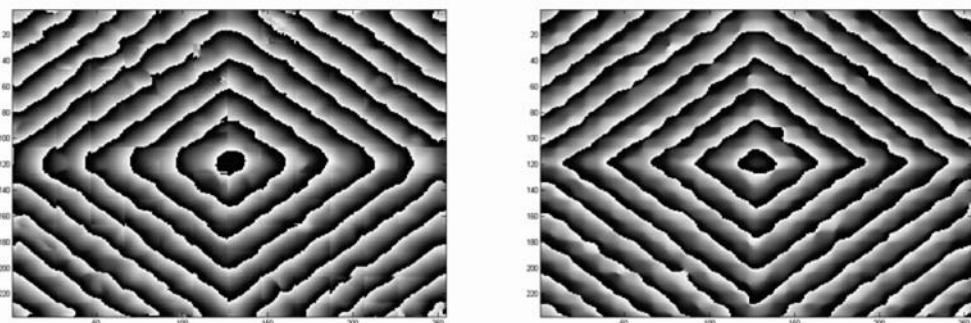
شکل ۴- شماتیکی الگوریتم موچک برای کاهش نویه اینترفروگرام

|                  | # of residues | SNR(db) | RMSE | Interferogram Correlation | Edge Correlation |
|------------------|---------------|---------|------|---------------------------|------------------|
| Wavelet          | ۱۴            | ۳/۳۹    | .۶۸  | .۷۷                       | .۳               |
| Goldstein&Werner | ۱۷            | ۲/۸۲    | .۷۲  | .۷۴                       | .۲۶              |

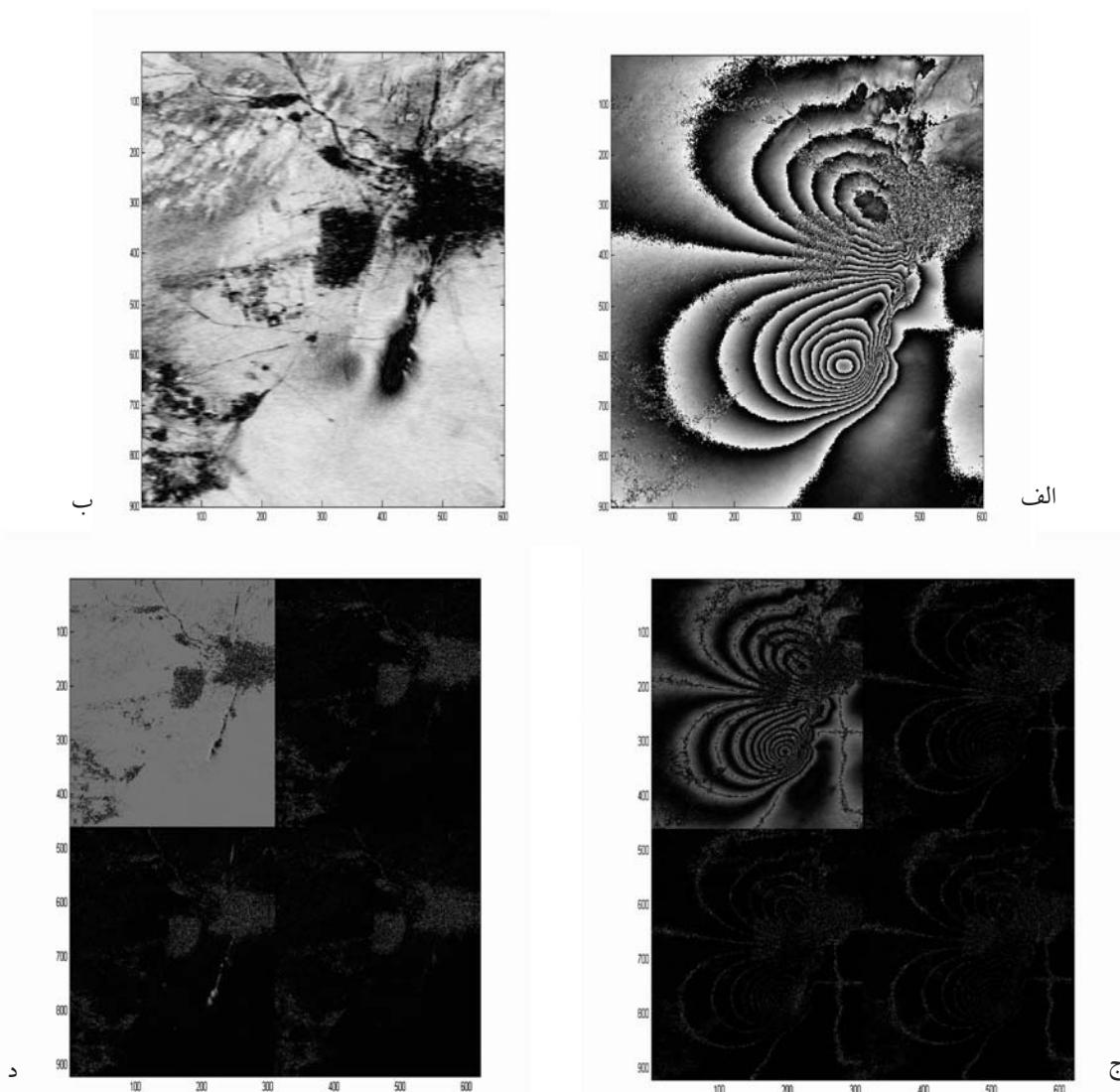
جدول ۱- نتایج اعمال دو فیلتر موچک و فیلتر Goldstein & Werner بر روی اینترفروگرام شبیه سازی شده



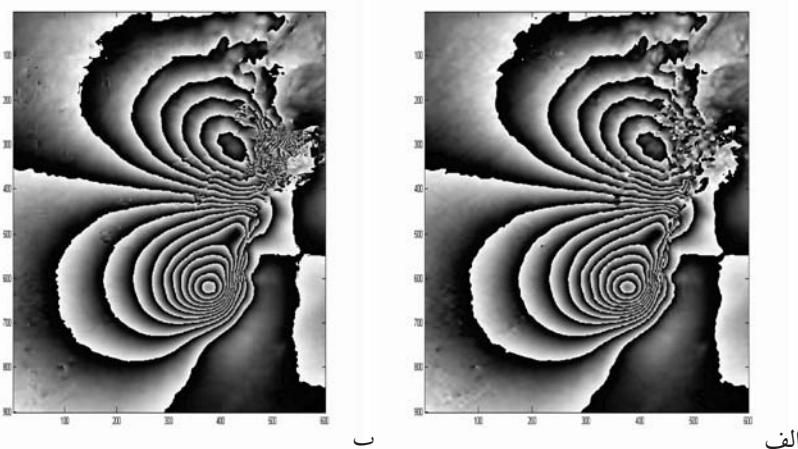
شکل ۵- اینترفروگرامهای شبیه سازی شده (الف) بدون نویه ب) نویه‌ای با سطح نویه ۲



شکل ۶- اینترفو رگرامهای فیلتر شده (الف) روش موجک و (ب) روش Goldstein & Werner



شکل ۷- (الف) اینترفو رگرام واقعی حاوی فرینجهای جابه جایی ناشی از زمین لرزه بم، (ب) تصویر همبستگی، (ج) شدت ضرایب موجک فاز در حوزه حقیقی، (د) شدت ضرایب موجک فاز در حوزه مختلط



شکل ۸- اینترفو رگرامهای فیلتر شده (الف) روش موجک  
ب) روش Goldstein & Werner

|                              | # of residues | Phase std(rad) |
|------------------------------|---------------|----------------|
| <b>Initial Interferogram</b> | ۱۳۴۷۲         | .۰/۸۱          |
| <b>Wavelet</b>               | ۴۳۶           | .۰/۳۹          |
| <b>Goldstein&amp;Werner</b>  | ۱۶۸۷          | .۰/۴۱          |

جدول ۲- نتایج اعمال فیلتر موجک بر اینترفو رگرام واقعی

## References

- Avallone, A., Zollo, A., Birole, P., Delacourt, C., Beauducel, F., 1999- Subsidence of Campi Flegrei (Italy) detected by SAR interferometry. Geophysical Research Letters, Vol. 26, No. 15
- Fodor, I.K., Kamath, C., 2001- Denoising Through Wavelet Shrinkage: An Empirical Study. Journal of Electronic Imaging
- Froger, J.-L., Remy, D., Bonvalot, S. & Legrand, D., 2007- Two scales of inflation at Lastarria-Cordon del Azufre volcanic complex, central Andes, revealed from ASAR-ENVISAT interferometric data. Earth and Planetary Science Letters, Vol. 255, Issues 1-2, pp 148-163
- FUK, K.LI. & Goldstein, R.M., 1990- Studies of Multibaseline Spaceborne Interferometric Synthetic Aperture Radars. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 28, No 1
- Goldstein, M.R. & Werner, C.L., 1998- Radar Interferogram Filtering for geophysical applications. Geophysical Research Letters, Vol. 25, No. 21
- Gonzalez, R.C. & Woods, R.E., 2002- Digital Image processing. 2nd ed. New York : Prentice-Hall
- Graham, L.C., 1974- Synthetic Interferometer Radar for Topographic Mapping. Proceeding of the IEEE, Vol. 62, No 6
- Hanssen, R., 2001- Radar Interferometry: Data interpretation and error analysis. Kluwer Acad, Netherlands
- Henderson, F.M. & Lewis, A.J., 1998- Principles and Applications of Imaging Radar. Vol. 2 of Manual of Remote Sensing. John Wiley & Sons, Inc., New York, 3rd Edition
- Kingsbury, N.G., 2001- Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals. Applied and Computational Harmonic Analysis, pp.234-253
- Lee, J.S., Papathanassiou, K.P., Ainsworth, T.L., Grunes, M.H., Reigber, A., 1998- A new technique for noise filtering of SAR interferometric phase images. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 36, pp. 1456-1465

- Lee, T.S., 1996- Image Representation Using 2D Gabor Wavelets”, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 18, No. 10
- Liu, G.X., Ding, X.L., Li, Z.L, Li, Z.w., Chen, Y.Q. & Yu, S.B., 2004- Pre- and Co-seismic ground deformations of the 1999 Chi-Chi, Taiwan earthquake, measured with SAR interferometry. Computers & Geosciences. Vol.30 , pp 333-343
- Madsen, S.N. & Zebker, H.A., 1993- Topographic Mapping Using Radar Interferometry: Processing Techniques. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 31, No 1
- Mallat, S., 1998- A Wavelet Tour of Signal Processing. Academic Press
- Martinez, C.L. & Fabergas, X., 2002- Modeling and Reduction of SAR Interferometric Phase Noise in the Wavelet Domain. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 40, No 12
- Raucoles, D., Maisons, C., Carnec, C., Mouelic, S.L., King, C. & Hosford, S., 2003- Monitoring of slow ground deformation by ERS radar interferometry on the Vauvert salt mine (France): Comparison with ground-based measurement. Remote Sensing of Environment, Vol. 88, Issue. 4 , pp 468-478
- Stramondo, S., Moro, M., Tolomei, C., Cinti, F.R., Doumaz, F., 2005- InSAR Surface displacement field and fault modeling for the 2003 Bam earthquake (southeastern Iran). Journal of Geodynamics Vol.40 , pp 347-353
- Wright, T.J., 2002- Remote monitoring of the earthquake cycle using satellite radar interferometry. Phil. Trnas. R. Soc. Lond. A, 360, 2873-2888
- Wright, T.J., Lu, Z. & Wicks, C., 2003- Source Model for the 6.7, 23 October 2002, Nenana Mountain Earthquake (Alaska) from InSAR. Geophysical Research Letters, Vol. 30, No. 18
- Wright, T.J., Parsons, B.E., Jackson, J.A., Haynes, M., Fielding, E.J., England, P.C., Clarke, P.J., 1999- Source parameters of the 1 October 1995 Dinar (Turkey) earthquake from SAR interferometry and seismic bodywave modeling. Earth and Planetary Science Letters. Vol.172 , pp 23-37
- Zebker, H.A. & Chen, K., 2005- Accurate Estimation of Correlation in InSAR Observations. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, Vol. 2, No.2
- Zebker, H.A. & Goldstein, R.M., 1986- Topographic Mapping From Interferometric Synthetic Aperture Radar Observations. J. Geophys. Res., Vol. 91, 4993-4999
- Zebker, H.A. & Lu, Y., 1998- Phase Unwrapping algorithms for radar interferometry: residue-cut , least squares , and synthesis algorithm. J.opt.soc.Am.A/ Vol. 15, No.3
- Zebker, H.A. & Villasenor, J., 1992- Decorrelation in Interferometric Radar Echoes. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 30, No 5
- Zebker, H.A. & Werner, C.L., 1994- Accuracy of Topographic Maps Derived from ERS1 Interferometric Rdar. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 32, No 4
- Zebker, H.A., Rosen, P., Richard, M., Goldstein, R.M. & Werner, C.L., 1994- On the derivation of coseismic displacement fields using differential radar interferometry: the Landers earthquake. J.Geophys. Res., Vol. 99,B10. 19617-19634
- Zebker, H.A., Rosen, P.A. & Hensley, S., 1997- Atmospheric effects in interferometric synthetic aperture radar surface deformation and topographic maps. J. Geophys. Res., Vol. 102 , p 4993-4999.