

# جداسازی بی‌هنجاری‌های باقیمانده، ناحیه‌ای و نوفه از میدان گرانی بوگه با استفاده از روش تجزیه مقادیر تکین

عطا اسحق زاده<sup>۱</sup>، علیرضا حاجیان<sup>۲</sup>، رقیه السادات کلانتری<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکترا، گروه زمین‌شناسی، دانشکده علوم، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران  
<sup>۲</sup> استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، اصفهان، ایران

<sup>۳</sup> کارشناسی ارشد، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۵/۳۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۱/۲۸

## چکیده

داده میدان پتانسیل، مجموع اثر چشمه‌های زیر زمینی می‌باشد. محاسبه بی‌هنجاری باقیمانده و ناحیه‌ای یکی از مراحل مهم از فرایند مدل‌سازی و وارون‌سازی در روش گرانی‌سنجی می‌باشد. وجود مقداری نوفه در داده‌های تصحیح شده گرانی نیز اجتناب‌ناپذیر است. در این مقاله، ما یک روش جدید جداسازی بر اساس تجزیه مقادیر تکین (منفرد) (SVD) داده‌های گرانی ارائه می‌نماییم. با روش SVD، یک ماتریس از داده‌های گرانی بوگه، به یک سری از تصاویر ویژه تجزیه می‌شود. تعداد تصاویر ویژه یا حدود آستانه مورد نیاز برای بازسازی نقشه‌های بی‌هنجاری‌های ناحیه‌ای و باقیمانده (محلی) و همچنین نقشه پراکندگی نوفه از روی بی‌هنجاری بوگه، بر اساس مقادیر منفرد به دست آمده از روش SVD تعیین می‌شود. در فرایند بازسازی سری داده با تصاویر ویژه، ممکن است اطلاعات ناچیزی را از دست بدهیم که این میزان را برابر میانگین واریانس ماتریس‌های حاصل شده با تصاویر ویژه در نظر گرفته‌ایم. کارآیی روش تجزیه مقدار منفرد با یک مجموعه از داده‌های مصنوعی نوفه‌دار گرانی مربوط به مدلی ترکیبی که در آن یک کره به عنوان بی‌هنجاری محلی و صفحه‌های شیب‌دار در عمق زیاد به عنوان بی‌هنجاری ناحیه‌ای در نظر گرفته شده بود، مورد آزمایش قرار گرفته است به طوری که نتایج جداسازی کاملاً قابل قبول می‌باشد. در نهایت، داده‌های مربوط به یک محدوده مطالعاتی در قم با استفاده از روش ارائه شده، مورد تحلیل قرار گرفت.

**کلید واژه‌ها:** تصاویر ویژه، جداسازی، منطقه قم، تجزیه مقادیر منفرد (SVD)، واریانس

\***نویسنده مسئول:** عطا اسحق زاده

E-mail: eshagh@alumni.ut.ac.ir

## ۱- پیش‌نوشتار

جداسازی، مرحله مهم و حساسی در فرایند پردازش داده‌های گرانی است. در واقع، روش‌های مختلفی همانند روش المان‌های محدود (Mallick and Sharma, 1999; Kaftan, 2003; Kaftan et al., 2005) روش تبدیل موجک و تحلیل طیفی برای تفکیک بی‌هنجاری باقیمانده از بی‌هنجاری بوگه (Fedi and Quarta, 1998; Xu et al., 2009) مورد استفاده قرار گرفته‌اند. Mallick (1991) و Mallick and Sharma (1997) بی‌هنجاری‌های گرانی ناحیه‌ای را از طریق روش المان محدود محاسبه کردند. داده‌های گرانی، حاوی نوفه‌های با فرکانس بالا است که بوسیله خطای انسانی و یا دستگاهی به وجود آمده‌اند. همچنین نوعی نوفه، اثرات کل باقیمانده متعلق به منابع کم عمق و عمیق با طول موج‌های مختلف است که پس از تصحیح داده‌های گرانی اندازه‌گیری شده همچنان وجود دارند. همیشه انواع مختلف نوفه‌ها و خطاهای موجود در سیگنال‌ها، مشکلاتی در راه رسیدن به اهداف خاص و تفسیر داده‌ها ایجاد می‌کنند.

تجزیه مقادیر تکین (منفرد) (SVD) را می‌توان برای جدا کردن نوفه از سیگنال به کار گرفت (Glifford, 2005; Vrabie et al., 2004). روش تجزیه مقدار منفرد به عنوان یک ابزار پردازش سیگنال، در شاخه‌های مختلف علوم زمین هم مورد استفاده قرار گرفته است. Freire and Ulrych (1988) و Jackson et al. (1991) در مبحث تحلیل سیگنال لرزه‌ای جهت فشرده‌سازی پروفیل‌های لرزه‌ای بازتابی و Cagnoli and Ulrych (2001) در پردازش سیگنال راداری از این روش بهره بردند. همچنین Freire and Ulrych (1988) این روش را برای جداسازی موج‌های پایین رونده و بالارونده در پروفایل مولفه عمودی داده‌های لرزه‌ای به کار گرفتند. Li (2005) روش SVD چند فراکتالی را برای تعیین خصوصیات و تشخیص بی‌هنجاری در اکتشاف کانی‌ها معرفی نمود. Eshaghzadeh and Kalantari (2016) از SVD برای تفسیر میدان مغناطیسی بر اساس ضریب همبستگی تصاویر ویژه استفاده نمودند.

روش تجزیه مقادیر تکین یک ابزار مفید برای به دست آوردن اطلاعات از تصاویر ویژه می‌باشد، به طوری که می‌تواند که یک مجموعه داده یا تصویر را به انطباق خطی از تصاویر ویژه تجزیه نماید. در این مقاله ما قصد داریم تا رابطه‌ای بین تصاویر ویژه و

بی‌هنجاری‌های گرانی باقیمانده و ناحیه‌ای پیدا نماییم. در واقع، با استفاده از تصاویر ویژه میدان گرانی، بی‌هنجاری‌های محلی گرانی از میدان گرانی کل جداسازی می‌شوند.

## ۲- تجزیه مقدار تکین

تجزیه مقادیر تکین یا SVD یکی از ابزارهای قدرتمند در تجزیه کردن ماتریس‌های واقعی یا پیچیده برای تحلیل سیگنال است. رابطه تجزیه مقادیر منفرد W توسط Sacchi (2002) به شکل ذیل ارائه شد:

$$W = SUV^T \quad (1)$$

که در آن S یک ماتریس بردار ویژه به ابعاد  $m \times n$  و U یک ماتریس قطری به ابعاد  $n \times n$  می‌باشد. در حقیقت، تکنیکی یک ویژگی از انواع مختلف فرایندهای طبیعی غیرخطی است. تنها عناصری از ماتریس U که بر روی قطر ماتریس قرار دارند و صفر نمی‌باشند را مقادیر یکتا می‌نامند.  $V^T$  یک ماتریس بردار ویژه به ابعاد  $n \times n$  هست و T در اینجا به معنای ترانپوز می‌باشد. مقادیر منفرد W همان ورودی‌های مثبت ماتریس U هستند که در قطر ماتریس به ترتیب نزولی قرار گرفته‌اند و برابر با ریشه‌های دوم مثبت مقادیر ویژه  $\lambda_i$  متعلق به ماتریس‌های کوواریانس  $W^T W$  و  $W W^T$  می‌باشند.

$$U = \text{diag}(u_1, u_2, \dots, u_r) \quad \text{بنابراین (Stewart, 1993):}$$

که در آن  $u_i = \sqrt{\lambda_i}$ ،  $r = \text{rank}(W)$  و ترتیب بردارهای منفرد از زیاد به کم می‌باشد، به گونه‌ای که بیشترین مقدار منفرد در اندیس گوشه سمت چپ بالای ماتریس U قرار می‌گیرد. توجه داشته باشید که برای یک ماتریس مربعی مقارن W، تجزیه مقادیر منفرد به معنای قطری کردن ماتریس یا حل مسئله بردار ویژه است. از طرفی، تجزیه مقدار منفرد W را می‌توان به شکل زیر نیز بیان کرد (Sacchi, 2002):

$$W = \sum_{i=1}^r S_i u_i v_i^T \quad (2)$$

که در آن، r مرتبه W هست،  $u_i$  بردار ویژه نام  $W W^T$ ،  $v_i$  بردار ویژه نام  $W^T W$ ، مقدار منفرد نام W، و  $u_i v_i^T$  هم یک ماتریس به ابعاد  $m \times n$  با مرتبه واحد می‌باشد که تصویر ویژه نام W نامیده می‌شود (مثلاً  $S_1 u_1 v_1^T$  اولین تصویر ویژه هست).

در فرایند بازسازی سری داده با استفاده از تصاویر ویژه ممکن است اطلاعات ناچیزی را از دست بدهیم و ما این مقدار از اطلاعات را برابر با میانگین واریانس ماتریس‌های به‌دست آمده از تصاویر ویژه در نظر گرفته‌ایم که در نتیجه، رابطه ۳ را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$W' = W'_{reg} + W'_{loc} + W'_{nois} = \left( \sum_{i=1}^k S_i U_i V_i^T \right) + \psi_{reg} + \left( \sum_{i=k+1}^m S_i U_i V_i^T \right) + \psi_{loc} + \left( \sum_{i=m+1}^r S_i U_i V_i^T \right) + \psi_{nois} \quad (4)$$

از  $\psi_{reg}$ ،  $\psi_{loc}$  و  $\psi_{nois}$  به ترتیب مقادیر میانگین واریانس محاسبه شده (MVM) از  $W_{reg}$ ،  $W_{loc}$  و  $W_{nois}$  می‌باشند.

### ۳-۱. تعیین حد آستانه

انتخاب مقادیر  $k$  و  $m$ ، بستگی به بزرگی مقادیر تکین دارد. برای یافتن مقادیر این پارامترها، منحنی لگاریتمی مقادیر منفرد در مقابل اندیس‌های آنها ترسیم می‌گردد. در این منحنی، نقاط شکست بر اساس تغییرات در شیب مشخص می‌گردند به گونه‌ای که اولین و دومین نقطه شکست در سمت چپ نمودار مشخص می‌شود. بنابراین، این منحنی به سه قسمت تقسیم می‌شود. حدود آستانه  $k$  و  $m$  به ترتیب تعداد اندیس مقادیر تکین در سمت چپ‌اولین و دومین نقطه شکست می‌باشند.

### ۴-۱ مدل مصنوعی

شکل ۱-الف مجموع اثر گرانی یک کره (شکل ۱-ب) و اثر گرانی یک صفحه شیب‌دار عمیق (شکل ۱-ج) که مقداری نوفه تصادفی به آن اضافه شده است را نشان می‌دهد. نوفه تصادفی اضافه شده به بی‌هنجاری گرانی تئوری از یک توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار  $0.1 \text{ mGal}$  تبعیت می‌کند.

تبارین چگالی کره  $1 \text{ g/cm}^3$  شعاع آن  $4 \text{ km}$  و در عمق  $7 \text{ km}$  واقع شده است. تبارین چگالی صفحه شیب‌دار عمیق  $2 \text{ g/cm}^3$  است که دارای ضخامت  $6$  کیلومتر و حداقل عمق آن  $8$  کیلومتر می‌باشد. بی‌هنجاری کروی در واقع بی‌هنجاری محلی می‌باشد و اثر گرانی خطی زمینه هم به عنوان میدان گرانی ناحیه‌ای در نظر گرفته شده است. تغییرات داده‌های گرانی در شکل‌های ۱-الف تا ج به ترتیب تقریباً بین  $1000$  تا  $1140$  میلی‌گال،  $0$  تا  $35$  میلی‌گال و  $1000$  تا  $1120$  میلی‌گال واقع شده‌اند.

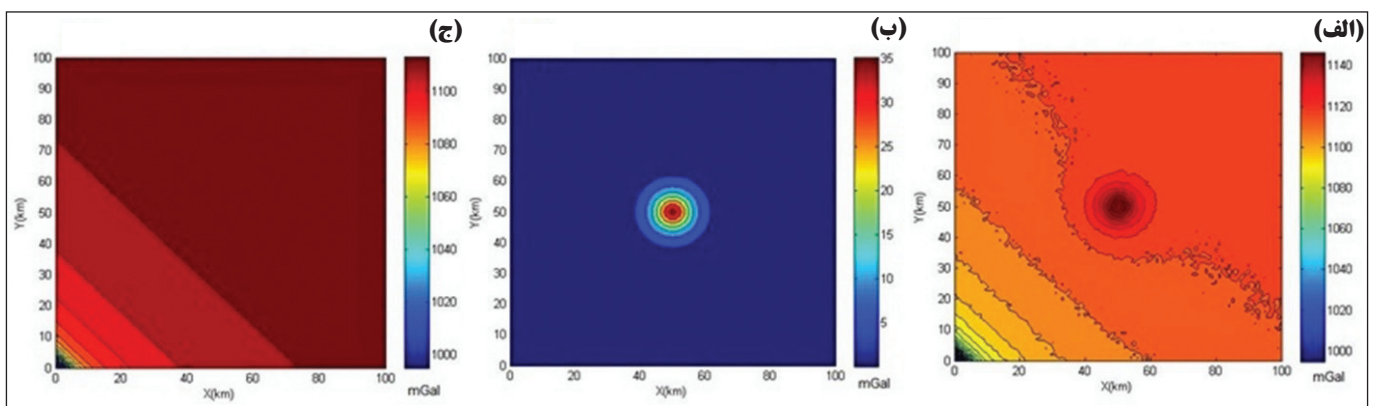
بر طبق رابطه ۲، ماتریس داده‌های اصلی را می‌توان به وسیله تمام تصاویر ویژه بازسازی نمود و اگر از بین تصاویر ویژه تعداد خاصی را برگزینیم، یک زیر ماتریس به وجود می‌آید. نکته قابل توجه این است که بردارهای ویژه‌ای که به مقادیر ویژه بزرگ‌تر مربوط می‌شوند همان جهاتی را نشان می‌دهند که داده‌ها در آن جهات دارای واریانس بیشتری هستند و این در حالیکه که بردار ویژه مربوط به بیشترین مقدار، بیشترین حجم از اطلاعات را نیز در خود جا داده است. دومین بردار ویژه مربوط به دومین مقدار ویژه بالاست که از نظر حجم اطلاعات در مقام دوم قرار می‌گیرد و این روند تا کوچک‌ترین مقدار ویژه ادامه دارد. ما از ویژگی‌های SVD در جهت بازیابی میدان‌های ناحیه‌ای و محلی و نوفه باقیمانده از میدان گرانی بهره می‌گیریم.

### ۳-جداسازی

میدان گرانی ناحیه‌ای، که گسترش مکانی و دامنه تغییرات آن بیشتر و بزرگ‌تر از بی‌هنجاری محلی و نوفه است را می‌توان به تغییرپذیری اصلی در دسته داده نسبت داد و آن را با استفاده از چند تصویر ویژه نخست تخمین زد. میدان گرانی محلی را می‌توان با تصاویر ویژه میانی ترسیم کرد و همچنین نوفه توسط تصاویر ویژه نهایی محاسبه می‌گردد. به بیان دیگر، اولین تصاویر ویژه، اطلاعات مربوط به بی‌هنجاری‌ها با طول موج زیاد، تصاویر ویژه میانی بی‌هنجاری‌هایی با طول موج متوسط و تصاویر ویژه نهایی بی‌هنجاری‌هایی با طول موج کوتاه را در بردارند. روش SVD مستقیماً بر روی داده‌های بوگه کامل  $W$  مورد آزمایش قرار گرفت تا تفکیک بین میدان‌های منطقه‌ای و باقیمانده (محلی) و همچنین نوفه صورت گیرد. بنابراین، سری داده ماتریسی  $W$  به صورت زیر قابل تجزیه است:

$$W = W_{reg} + W_{loc} + W_{noise} = \sum_{i=1}^k S_i U_i V_i^T + \sum_{i=k+1}^m S_i U_i V_i^T + \sum_{i=m+1}^r S_i U_i V_i^T \quad (3)$$

که  $k$  و  $m$  به عنوان حدود آستانه در نظر گرفته می‌شوند. تصاویر ویژه  $k$  ام نشان دهنده نقشه بی‌هنجاری ناحیه‌ای  $W_{reg}$ ، تصاویر ویژه از  $k+1$  تا  $m$  مشخص کننده نقشه بی‌هنجاری محلی  $W_{loc}$  هستند و تصاویر ویژه دیگر تا مرتبه  $r$  ام از ماتریس داده‌ها، نقشه نوفه  $W_{nois}$  را نمایان می‌کند.



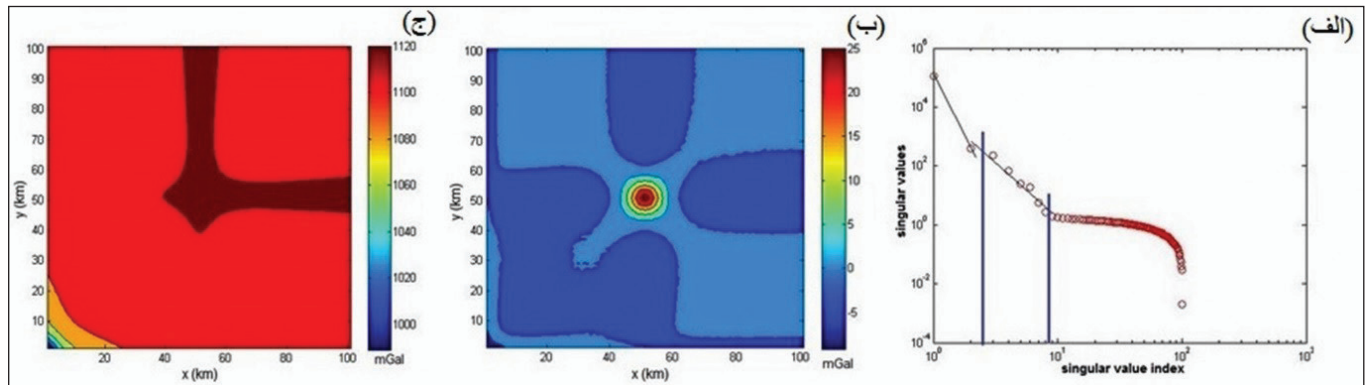
شکل ۱-الف) مجموع اثر گرانی، (ب) یک کره، (ج) یک صفحه شیب‌دار عمیق همراه با نوفه تصادفی اضافه شده. کره دارای تبارین چگالی  $1 \text{ g/cm}^3$  شعاع  $4$  کیلومتری بوده که در عمق  $7$  کیلومتری قرار گرفته است. صفحه شیب‌دار، دارای چگالی  $2 \text{ g/cm}^3$  و ضخامت  $6$  کیلومتر می‌باشد. بی‌هنجاری کروی به عنوان بی‌هنجاری محلی و اثر خطی زمینه هم میدان گرانی ناحیه‌ای فرض شده است.

شکل ۲-ب و بی‌هنجاری ناحیه‌ای در شکل ۲-ج قابل مشاهده هستند. شکل ۲-ب در واقع همان شکل ۱-ب است که با استفاده از تصاویر ویژه سوم تا هشتم بازسازی شده‌اند و شکل ۲-ج ترسیم مجدد شکل ۱-ج با استفاده از تصاویر ویژه اول و دوم است. باید به این نکته توجه شود که هنوز مقادیر MVM در داده‌ها اعمال نشده‌اند.

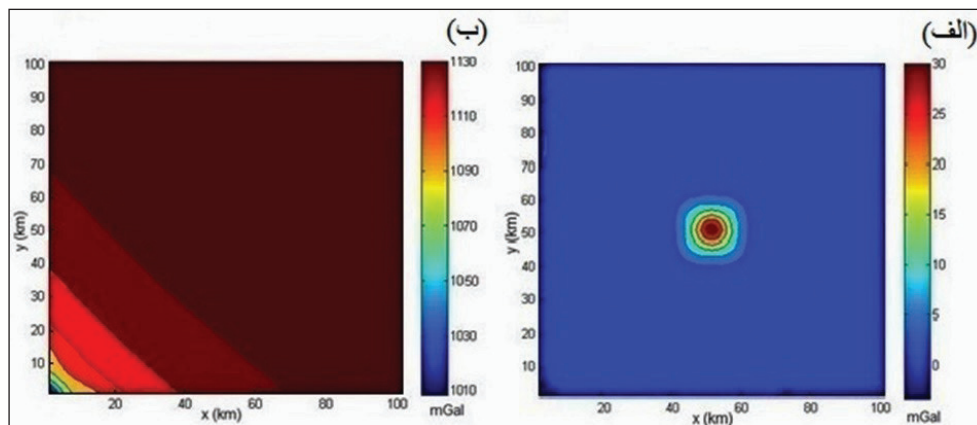
داده‌های گرانی مربوط به شکل ۱-الف با روش SVD مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. در شکل ۲-الف، منحنی مقادیر تکین نشان داده شده است که بر اساس نقاط شکست مشخص شده در آن، حدود  $k$  و  $m$  به ترتیب برابر با  $2$  و  $8$  می‌باشند. نتایج جداسازی به‌دست آمده از رابطه ۳ به عنوان بی‌هنجاری محلی در

میلی گال و از ۱۰۱۰ تا ۱۱۳۰ میلی گال هستند. نوفه پراکنده ایجاد شده توسط تصاویر ویژه نهم تا آخر در شکل ۴ نشان داده شده است. همچنین، نقشه بی‌هنجاری گرانی باقیمانده با استفاده از روش برازش چند جمله‌ای درجه دو از داده گرانی کل (بوگه) استخراج و در شکل ۵ نشان داده شده است. تغییرات میدان گرانی باقیمانده حاصل شده با روش چندجمله‌ای در بازه بین ۴- و ۲۰ میلی گال می‌باشد.

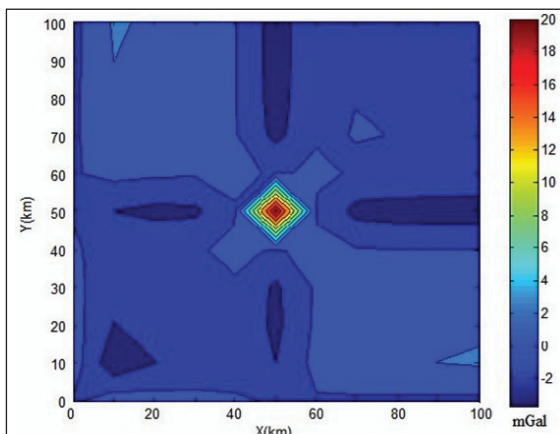
داده‌های مربوط به شکل‌های ۲-ب و ۲-ج به ترتیب در بازه ۱۰- تا ۲۵ میلی گال و ۹۹۰ تا ۱۱۲۰ میلی گال قرار دارند. با استفاده از رابطه ۴، جداسازی میدان گرانی محلی و ناحیه‌ای از میدان گرانی کل محاسبه شده در شکل ۱-الف در شکل ۳-الف و ۳-ب آورده شده است. در دو تصویر بازسازی شده اخیر، مقادیر MVM نیز افزوده شده‌اند. حدود تغییرات داده گرانی در شکل‌های ۳-الف و ۳-ب به ترتیب از ۳۰ تا



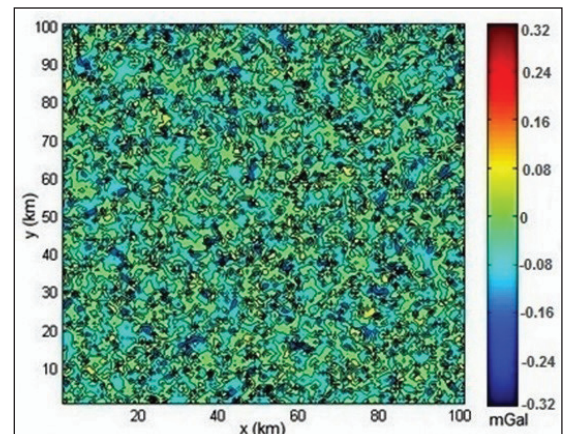
شکل ۲- الف) منحنی مقادیر منفرد با دو نقطه شکست، ب) تصویر به‌دست آمده از تصاویر ویژه سوم تا هشتم که نشان‌دهنده نقشه بی‌هنجاری محلی می‌باشد، ج) تصویر به‌دست آمده از تصاویر ویژه اول و دوم که بی‌هنجاری ناحیه‌ای را نشان می‌دهد.



شکل ۳- میانگین واریانس‌ها (مقادیر MVM) اضافه شده به الف) تصویر حاصل از تصاویر ویژه سوم تا هشتم که نشان‌دهنده نقشه بی‌هنجاری محلی می‌باشد، ب) تصویر حاصل از تصاویر ویژه اول و دوم که نقشه بی‌هنجاری ناحیه‌ای را نشان می‌دهد.



شکل ۴- نقشه نوفه به‌دست آمده از تصاویر ویژه مرتبه نهم که مقدار MVM هم در آن اعمال شده است.

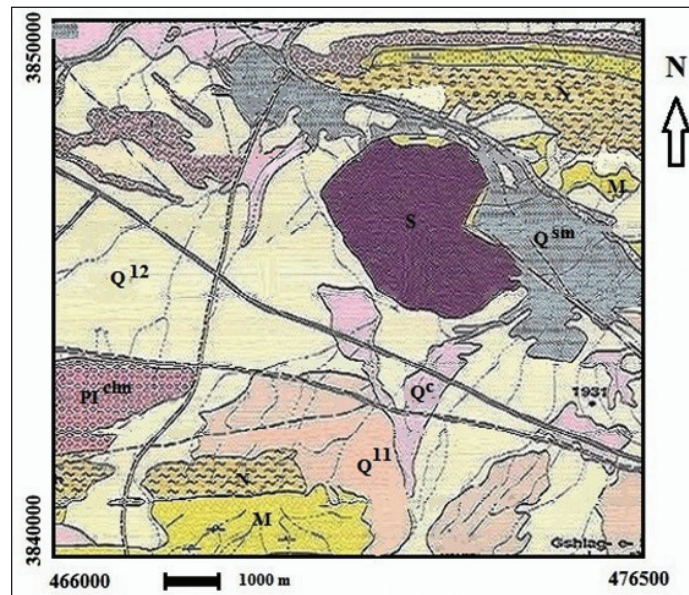


شکل ۵- نقشه بی‌هنجاری گرانی باقیمانده به‌دست آمده از روش برازش چند جمله‌ای درجه دو.

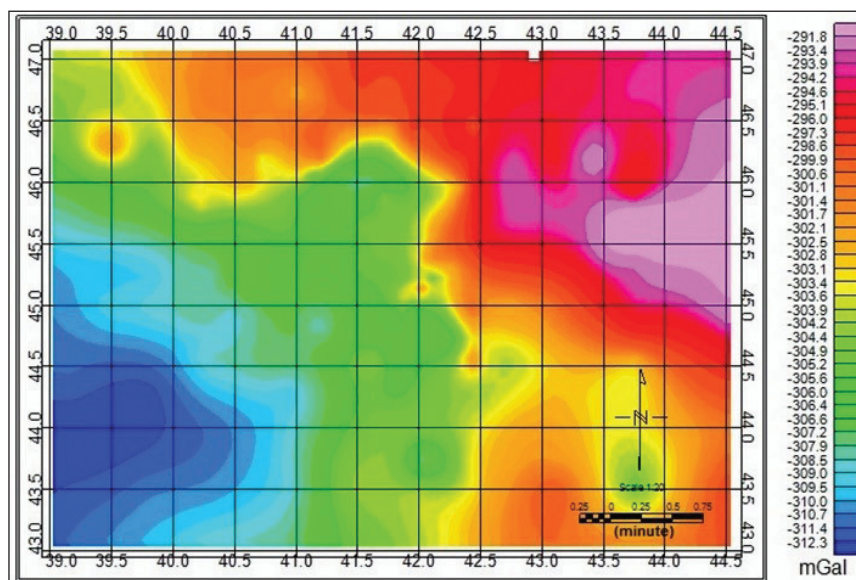
## ۵- تحلیل داده واقعی

و با مواد رسوبی غیر نمکی همانند آنهیدریت، شیل، دولومیت، و سنگ آهک همراه می‌باشد. نمک این ناحیه متعلق به دوران الیگوسن و میوسن است. شکل ۷، نقشه بی‌هنجاری گرانی بوگه محدوده مورد مطالعه را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مقادیر بوگه تقریباً از ۳۱۲/۳- تا ۲۹۱/۸- میلی گال متغیر هستند. مقادیر نقشه بوگه، به وضوح، یک روند افزایشی از جنوب باختر به شمال خاور را نشان می‌دهد. جهت جداسازی میدان‌های گرانی باقیمانده و ناحیه‌ای و سیگنال‌های نوفه پخش شده بین داده گرانی، از روش‌های SVD و برازش چند جمله‌ای استفاده می‌شود. شکل ۸ منحنی مقادیر منفرد با دو نقطه شکست که مربوط به داده‌های گرانی بوگه می‌باشد را نشان می‌دهد که با توجه به این منحنی، مقادیر حدود آستانه k و m به ترتیب برابر با ۲ و ۱۴ می‌باشند.

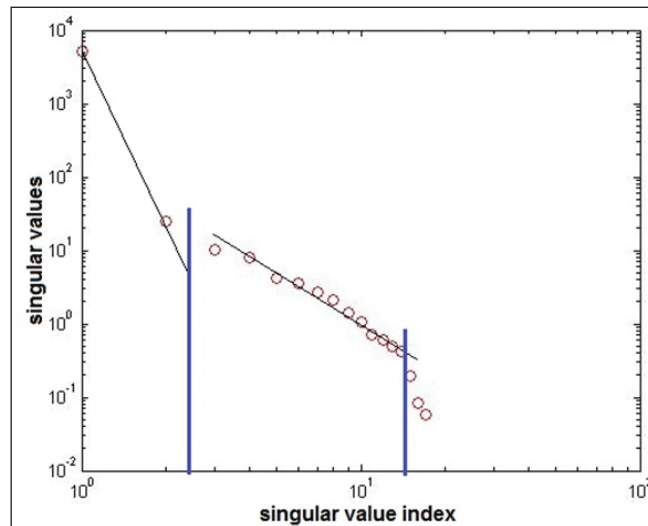
روش تجزیه مقادیر تکین بر روی داده‌های واقعی گرانی که مربوط به ناحیه کوه نمک در بخش مرکزی ایران واقع در عرض جغرافیایی بین ۳۴° ۴۳' و ۳۴° ۴۷' و طول جغرافیایی بین ۵۰° ۳۹' و ۵۰° ۴۴' ۳۰" هست، مورد آزمایش قرار گرفته است. داده‌های گرانی مورد نظر در یک شبکه به ابعاد ۷/۳ km × ۱۰ km برداشت شده است. در این منطقه، لایه‌های نمکی و گنبد‌های نمکی متعددی وجود دارند اما شهرت کوه نمک عمدتاً به گنبد نمکی واقع در شمال باختر قم می‌باشد که به دلیل بالا آمدگی در این ناحیه به سادگی قابل تشخیص است. هدف از مطالعه گرانی‌سنجی در این منطقه، بررسی گسترش پوشش نمکی در جهت افق و قائم (در عمق) می‌باشد. شکل ۶، نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، سازند نمکی گسترش یافته در کل منطقه مورد مطالعه دارای لایه‌بندی بوده



شکل ۶- نقشه زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه (کوه نمک). در این نقشه، Q<sup>12</sup>: پادگانه‌های آبرفتی جوان، Q<sup>sm</sup>: بخش هموار گل نمکی شامل نمک و رس نمکی، S: نمک، Q<sup>c</sup>: فلات رسی که عمدتاً از رس و نمک هست، Pl<sup>chm</sup>: کنگلومرا حاوی مقدار زیادی ماسه‌سنگ و گل رس. N: مجموعه‌ای از مارل، شیل و ماسه‌سنگ حفره‌دار سبز متمایل به خاکستری رنگ با مارل گچ‌ساز، M: مجموعه‌ای از ماسه سنگ قرمز مایل به خاکستری تا قهوه‌ای رنگ، کنگلومرا، شیل و مارل.



شکل ۷- نقشه بی‌هنجاری گرانی بوگه منطقه مورد مطالعه.

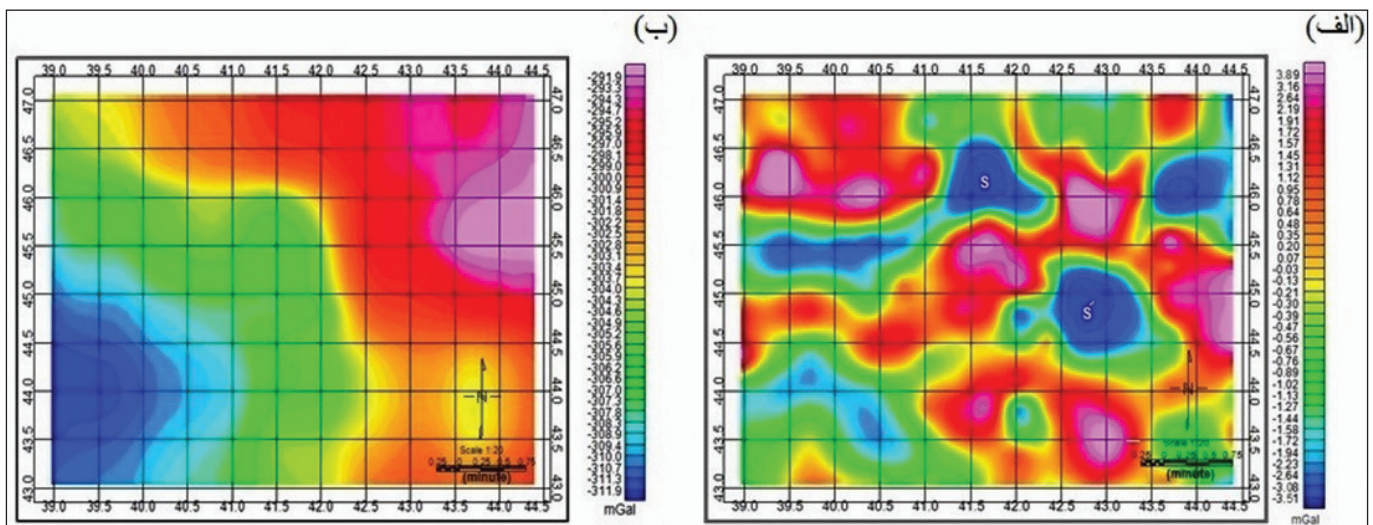


شکل ۸- منحنی مقادیر تکین با دو نقطه شکست، متعلق به داده‌های گرانی بوگه منطقه مورد مطالعه. حدود آستانه  $k$  و  $m$  به ترتیب برابر با ۲ و ۱۴ می‌باشند.

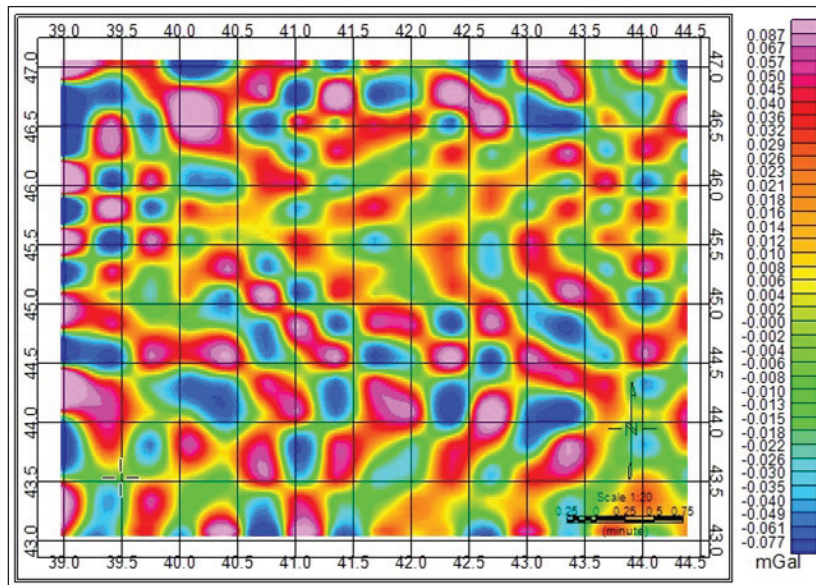
$S$  در بخش شمالی نقشه گرانی باقیمانده شکل ۹- الف هست، که آنرا گنبد نمکی کوه نمک می‌نامند. اما، به احتمال بسیار قوی یک توده نمکی زیر سطحی در موقعیت بی‌هنجاری  $S'$  وجود داشته باشد.

در شکل ۹- ب، میدان گرانی ناحیه‌ای حاصل از دو تصویر ویژه اول ترسیم شده است. مقادیر گرانی محلی و ناحیه‌ای به ترتیب تقریباً از  $3/51$  تا  $3/89$  میلی گال و  $311/9$  تا  $291/9$  میلی گال متغیر هستند. شکل ۱۰، نقشه نوفه بازسازی شده بر اساس سه تصویر ویژه آخر را نشان می‌دهد که دارای طول موج کوتاه هستند و مقادیر نوفه‌ها از  $0/077$  تا  $0/087$  میلی گال متغیر هستند.

با توجه به منحنی مقادیر تکین ترسیم شده در شکل ۸، از تصاویر ویژه اول و دوم برای بازسازی بی‌هنجاری ناحیه‌ای، از تصاویر ویژه سوم تا چهاردهم برای ترسیم بی‌هنجاری محلی و از پانزدهم تا آخر جهت به دست آوردن نقشه نوفه بر طبق رابطه ۴ استفاده و نتایج در شکل‌های ۹ و ۱۰ ارائه شده‌اند. از آنجایی که چگالی نمک کمتر از رسوبات محیط اطراف و سازندهای زمین‌شناسی هست، بر روی نقشه‌های بی‌هنجاری باقیمانده، گنبد نمک با تباین چگالی منفی آشکار می‌شود. دو بی‌هنجاری اصلی منفی  $S$  و  $S'$  را می‌توان در میدان محلی به دست آمده در شکل ۹- الف مشاهده کرد. هدف اصلی ما در این منطقه بی‌هنجاری منفی



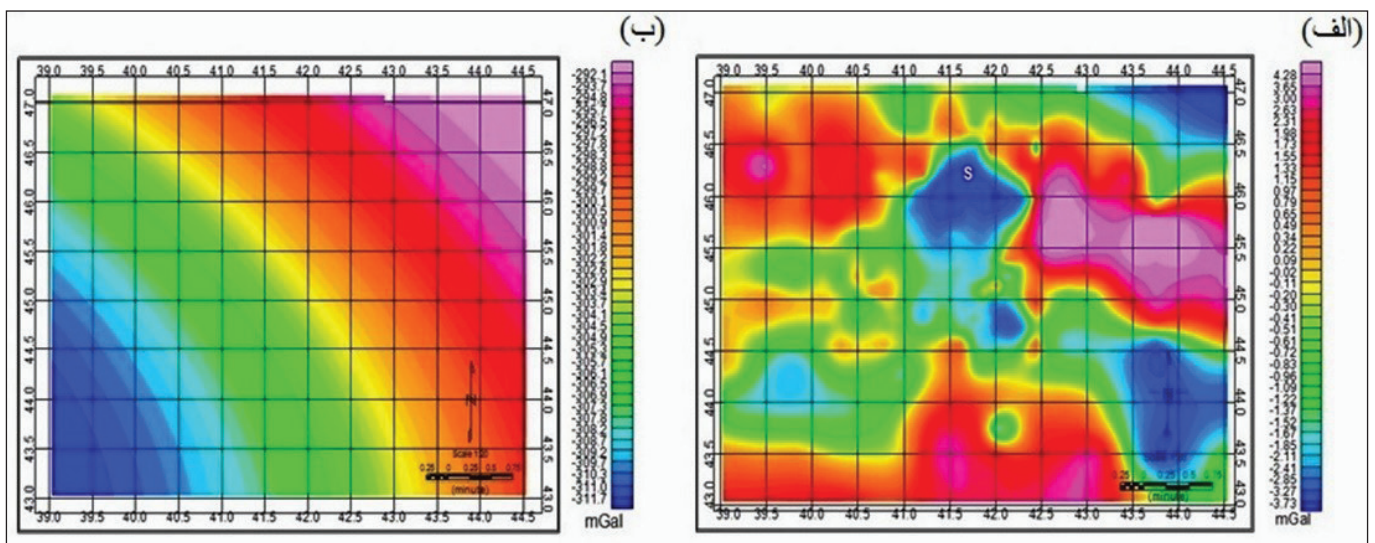
شکل ۹- نتایج جداسازی با استفاده از روش SVD، الف) بی‌هنجاری محلی به دست آمده از تصاویر ویژه سوم تا چهاردهم، ب) میدان ناحیه‌ای حاصل از دو تصویر ویژه اول.



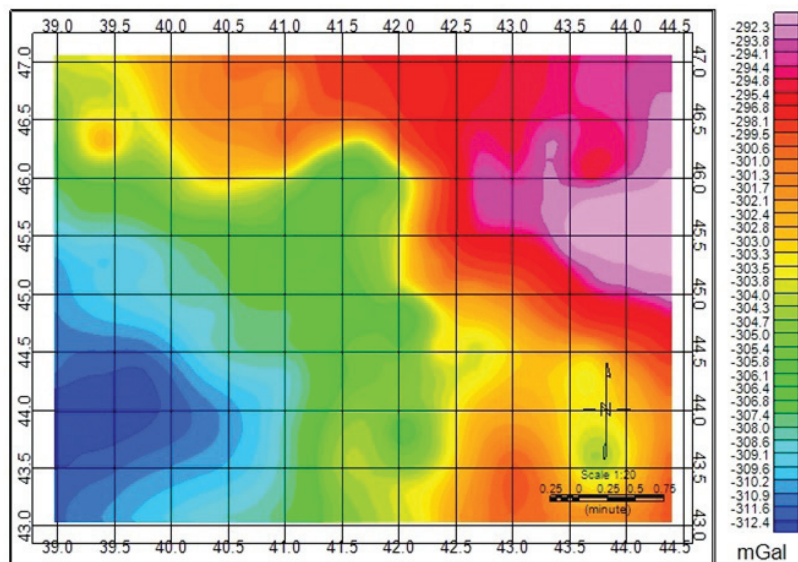
شکل ۱۰- نقشه نوفه به‌دست آمده از سه تصویر ویژه آخر.

شایان ذکر است که محور مختصات در این نقشه بر اساس دقیقه درجه بندی شده است. با توجه به منحنی مقادیر تکین در شکل ۸، می‌توانیم بی‌هنجاری بوگه را با استفاده از ۱۴ تصویر ویژه نخست بازسازی نماییم. شکل ۱۲، نقشه بی‌هنجاری بوگه به‌دست آمده از تصاویر ویژه اول تا چهاردهم که شامل مقادیر MVM هم می‌باشند را نشان می‌دهد.

شکل‌های ۱۱-الف و ۱۱-ب به ترتیب نتایج جداسازی توسط روش برازش چند جمله‌ای را نشان می‌دهند. در شکل ۱۱-الف که بی‌هنجاری‌های محلی دیده می‌شود، مقادیر آن تقریباً از  $3/73$  تا  $4/28$  میلی‌گال متغیر است و شکل ۱۱-ب که بی‌هنجاری ناحیه‌ای را نشان می‌دهد، تقریباً در بازه  $311/9$  تا  $292/1$  میلی‌گال قرار دارد.



شکل ۱۱- نتایج جداسازی به روش برازش چند جمله‌ای مربوط به الف) بی‌هنجاری گرانی (باقیمانده) محلی، ب) میدان گرانی ناحیه‌ای.



شکل ۱۲- بی‌هنجاری گرانی بوگه حاصل از تصاویر ویژه اول تا چهاردهم که مقادیر MVM نیز در آن اعمال شده است.

## ۶- نتیجه گیری

ما از این روش برای پردازش یک میدان گرانی واقعی در ایران استفاده نمودیم. ترکیب تصاویر ویژه سوم تا چهاردهم حاصل از تجزیه مقادیر تکین داده گرانی بوگه، بی‌هنجاری‌های میدان گرانی باقیمانده منطقه مورد مطالعه را آشکار کرده است، به طوری که دو بی‌هنجاری منفی واضح را می‌توان در آن مشاهده نمود. از آنجا که با استفاده از روش SVD می‌توان بی‌هنجاری‌هایی با طول موج کوتاه (نوفه) را از روی داده‌های میدان گرانی استخراج و جدا نمود، بی‌هنجاری گرانی بوگه به دست آمده از تصاویر ویژه اول تا چهاردهم هموارتر از میدان گرانی کل هست. علاوه بر این، روش SVD نقشه بی‌هنجاری گرانی باقیمانده‌ای هموارتر و با جزئیات بیشتری نسبت به بی‌هنجاری گرانی باقیمانده به دست آمده از روش برازش چند جمله‌ای ارائه می‌دهد. یک مقایسه بین جداسازی از طریق SVD و جداسازی حاصل از روش برازش چند جمله‌ای، کارآیی خوب و قابل قبول SVD را نشان می‌دهد.

تصاویر ویژه داده‌های گرانی به ما در جهت یافتن رابطه‌ای بین ساختارهای زمین‌شناسی و بی‌هنجاری‌های گرانی یاری می‌رسانند. در این مقاله، ما یک روش جدید برای جداسازی میدان‌های گرانی بر اساس جداسازی طول موج‌های مختلف با استفاده از روش تجزیه مقدار تکین (SVD) ارائه داده‌ایم. به کمک روش SVD می‌توان بی‌هنجاری گرانی بوگه را به سه دسته سیگنال با بازه فرکانسی مشخصی تقسیم کرد. دسته اول، دوم و سوم به ترتیب با طول موج‌های بلند، متوسط و کوتاه که بیانگر میدان‌های گرانی ناحیه‌ای، باقیمانده و نوفه هستند. تحلیل داده‌های گرانی تئوری، تایید می‌کند که میدان گرانی باقیمانده محاسبه شده توسط روش SVD نسبت به میدان گرانی باقیمانده حاصل شده توسط روش برازش چند جمله‌ای، از نظر عددی و شکل شباهت بیشتری به نقشه میدان گرانی باقیمانده فرض شده اولیه دارد. نتایج قابل قبول در جداسازی میدان‌های گرانی مربوط به مدل مصنوعی، کارآمدی روش تجزیه مقادیر تکین را نشان می‌دهد.

## References

- Cagnoli, B., Ulrych, T., 2001- Singular value decomposition and wavy reflections in ground-penetrating radar images of base surge deposits. *Journal of Applied Geophysics*. 48: 175-182.
- Eshaghzadeh, A., Kalantari, R., A., 2016- Magnetic field interpretation using singular value decomposition method based on correlation coefficient of eigenimages. *J. Bio. & Env. Sci.* 9 (1): 185-193.
- Fedi, M., Quarta, T., 1998- Wavelet analysis for the regional-residual and local separation of the potential field anomalies. *Geophys. Prospect.* 46: 507-525.
- Freire, S., Ulrych, T., 1988- Application of singular value decomposition to vertical seismic profiling. *Geophysics*. 53: 778-785.
- Glifford, G. D., 2005- Singular Value Decomposition Independent Component Analysis for Blind Source Separation. *Biomedical signal and Image Processing*. HST582J/6. 555J/16.456J.
- Jackson, G., Mason, I., Greenhalgh, S., 1991- Principal component transforms of triaxial recordings by singular value decomposition. *Geophysics*. 56:528-533.

- Kaftan, I., 2003- Application of Finite Element Method on gravity data in Western Anatolia, M.Sc. Thesis, Dokuz Eylul University the Graduate School of Natural and Applied Sciences, Izmir, Turkey.
- Kaftan, I., Şalk, M., Sari, C., 2005- Application of the finite element method to gravity data Case Study: Western Turkey. *Journal of Geodynamics*. 39(5):431-443.
- Li, Q., 2005- GIS-based multifractal/inversion methods for feature extraction and applications in anomaly identification for mineral exploration, Ph.D. thesis, York University, Toronto, Canada.
- Mallick, K., Sharma, K., K., 1997- Computation of regional gravity anomaly—A novel approach *Proc. Indian Acad. Sci. (Earth Planet. Sci.)*. 106: 55–59.
- Mallick, K., Sharma, K., K., 1999- A finite element method for computation of the regional gravity anomaly. *Geophysics*. 64(2): 461-469. <https://doi.org/10.1190/1.1444551>.
- Mallick, K., 1991- Application of finite element method for separation of residual gravity anomaly and ore estimation *Proc. Indian Geophys. Union*. 26:141–146.
- Sacchi, M. D., 2002- Statistical and transform methods in geophysical signal processing, Department of Physics, University of Alberta.
- Stewart, G., W., 1993- On the Esrly History of the Singular Value Decomposition. *SIAM Review*, 35: 551-566.
- Xu, Y., Hao, T., Li, Z., Duan, Q., Zhang, L., 2009-Regional gravity anomaly separation using wavelet transform and spectrum analysis. *J. Geophys. Eng.* 6: 279–287.
- Vrabie, V. D., Mars, J. I., Lacoume, J., L., 2004- Modified singular value decomposition by means of independent component analysis. *Signal Process.* 84: 645–652.

# Regional-residual anomalies and noise separation from Bouguer gravity field using singular value decomposition method

A. Eshaghzadeh<sup>1\*</sup>, A. R. Hajian<sup>2</sup>, R. Kalantari<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ph.D. Student, Department of Geology, Faculty of Science, University of Isfahan, Isfahan, Iran

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Physics, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran

<sup>3</sup> M. Sc., Institute of Geophysics, University of Tehran, Iran

Received: 2017 August 21

Accepted: 2018 February 17

## Abstract

Potential field data is an assembly of effects of all underground sources. Computing regional-residual anomaly is a critical step of modeling and inversion procedure in the gravity method. Existence of quantitative noise in corrected gravity data is unavoidable. In this paper, we present a novel separation method based on a Singular Value Decomposition (SVD) analysis of gravity dataset. With the SVD, a matrix of Bouguer gravity data can be decomposed to a series of Eigen images. The number of required Eigen images or threshold for the reconstruction of the regional and residual (local) anomalies maps and noise distribution map from Bouguer anomaly is determined based on the derived singular values by SVD. To reconstruct the data set by Eigen images may lose negligible information. We have considered which this value is equivalent with the mean of the variance of the resulted matrixes by Eigen images. The efficiency of the Singular Value Decomposition method was tested with the noisy synthetic gravity data of a hybrid model of the sphere as a local anomaly and deep-seated sloping plane as a regional anomaly. The separation results are satisfactory. The proposed method was applied on gravity field dataset of the Qom area, Iran.

**Keywords:** Eigen images, separation, Qom area, singular value decomposition (SVD), variance

For Persian Version see pages 155 to 162

\*Corresponding author: A. Eshaghzadeh; E-mail: [eshagh@alumni.ut.ac.ir](mailto:eshagh@alumni.ut.ac.ir)