

بررسی ویژگی‌های وارون‌سازی هموار و بلوکی داده‌های مقاومت ویژه الکتریکی

 زهرا تنقذ خباز^۱ و رضا قناتی^{*}
^۱گروه زمین‌فیزیک، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

چکیده

وارون‌سازی داده‌های سونداژ الکتریکی قائم (VES) یا (Vertical Electrical Sounding) به صورت غیرخطی فرمول‌بندی و با استفاده از گسسته‌سازی هندسه ثابت و هندسه متغیر حل می‌شود. متغیرهای مدل در حالت هندسه ثابت فقط مقادیر مقاومت ویژه است و ستبرای لایه‌ها به عنوان یک متغیر معلوم در نظر گرفته می‌شود. ولی در حالت هندسه متغیر، افزون بر مقادیر مقاومت ویژه، ستبرای لایه‌ها نیز به متغیرهای مدل اضافه می‌شود. به دلیل غیرخطی بودن مسئله وارون، تعیین مدل اولیه مناسب اهمیت بالایی دارد. در مورد وارون‌سازی بلوکی به دلیل اضافه شدن ستبرا به عنوان متغیر مجهول، انتخاب مدل اولیه اهمیت زیادی پیدا می‌کند. برای دستیابی به مقدار اولیه مناسب برای حل وارون‌سازی بلوکی، رهیافتی اتخاذ شده است. بدین صورت که از روی حل وارون‌سازی هموار، مشتق دوم مقاومت ویژه تجمعی محاسبه شده و از روی اختلاف نقاط عطف، می‌توان مقادیر اولیه متغیرهای مدل هر لایه را تعیین کرد. الگوریتم‌ها ابتدا بر روی داده‌های حاصل از دو مدل شبیه‌سازی شده و سپس بر روی دو داده واقعی پیاده‌سازی می‌شود. نتایج عددی نشان می‌دهد که وارون‌سازی هموار داده‌های VES نسبت به وارون‌سازی بلوکی به دلیل وابستگی کمتر به مدل اولیه با چالش‌های کمتری همراه است اما در صورت انتخاب پاسخ اولیه مناسب در روش بلوکی امکان تعیین مرز لایه‌ها با قطعیت بیشتری وجود دارد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۲۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۲۱

تاریخ انتشار: ۱۴۰۱/۱۰/۰۱

کلیدواژه‌ها:

وارون‌سازی غیرخطی

سونداژ الکتریکی قائم

وارون‌سازی هموار

وارون‌سازی بلوکی

جستجوی خطی

۱- پیش‌نوشتار

برای دستیابی به تصویری واقعی از لایه‌های زیرسطحی یک منطقه مورد مطالعه، لازم است ابتدا داده‌های مناسبی از منطقه یادشده برداشت شود. این داده‌ها با عنوان داده‌های مشاهده‌ای شناخته می‌شوند. برآورد مدل‌های ژئوفیزیکی زیرسطحی از داده‌های مشاهده‌ای از طریق حل یک مسئله وارون انجام می‌گیرد. یکی از الزامات الگوریتم وارون‌سازی، دستیابی به فیزیک مسئله و حل آن است. این بخش از مسئله به عنوان مدل‌سازی پیشرو و با هدف شبیه‌سازی داده‌های صحرایی به ازای متغیرهای مدل مشخص قلمداد می‌شود. مسئله پیشرو در بسیاری از مسائل ژئوفیزیکی از طریق حل معادلات دیفرانسیل جزئی بیان می‌شود؛ به‌طوری که برای حل آنها از روش‌های عددی مانند تفاضل محدود، المان محدود و یا روش‌های انتگرالی استفاده می‌شود. سونداژ الکتریکی یک روش اکتشافی سریع و ساده ژئوفیزیکی است که هدف آن برآورد تصویری از تغییرات رسانایی الکتریکی زیرسطحی نسبت به ژرفا است. این روش برای رسیدگی به انواع مسائل اکتشاف نزدیک به سطح از جمله مطالعات هیدروژئولوژیکی، زیست‌محیطی و ژئوتکنیکی به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. افزون بر این، نتایج وارون‌سازی سونداژ الکتریکی یک‌بعدی ممکن است در تشکیل مدل‌های اولیه یا اطلاعات پیشینی (a priori information) برای وارون‌سازی مسائل دوبعدی و سه‌بعدی مقاومت ویژه الکتریکی استفاده شود. علیرغم

ویژگی‌های روش سونداژ الکتریکی که در بالا به آنها اشاره شد، تفسیر این داده‌ها به دلیل ثبت تغییرات مقاومت ویژه تنها در یک بعد (ژرفا) و نیز تعداد محدود داده‌ها، پیچیده و با ابهاماتی همراه است. این ابهامات ناشی از دو اصل است. اصل هم‌ارزی (Equivalence principle) که به دلیل تعداد داده محدود در برابر تغییرات پیوسته دوبعدی و یا سه‌بعدی مقاومت ویژه الکتریکی محیط زیرسطحی ناشی می‌شود. به عبارت دیگر، امکان رسیدن به یک مدل یکتا با این داده‌های محدود برای یک زمین پیچیده وجود ندارد. عامل دوم، اصل فرونشانی (Suppression principle) است که به قدرت تفکیک‌پذیری اندازه‌گیری‌های سونداژ الکتریکی مربوط می‌شود؛ به‌طوری که امکان برآورد لایه نازک در ژرفاهای پایین به دلیل عدم اطلاعات از آن لایه وجود ندارد (Parasnis, 2012; Sharma and Kaikkonen, 1999). بنابراین وارون‌سازی داده‌های سونداژ الکتریکی برای رسیدن به یک جواب پایدار و قابل قبول با چالش‌هایی روبرو است. وارون‌سازی داده‌های سونداژ الکتریکی مانند اکثر مسائل ژئوفیزیکی بدووضع (Ill-posed) و در نتیجه ناپایداری مسئله را به همراه دارد؛ که باید عامل ناپایداری حذف یا تعدیل شود. برای این کار از قیدهای پایدارکننده استفاده می‌شود. یافتن راه‌حل یکتا و پایدار مهم است. در غیر این صورت منجر به برآورد مدلی دور از واقعیت زمین و به دنبال آن تفسیری نامناسب از ویژگی‌های

و ستبرای لایه‌ها به عنوان یک متغیر معلوم و به صورت لگاریتمی که از سطح تا ژرفا افزایش می‌یابد در نظر گرفته می‌شود؛ ولی در حالت هندسه متغیر، افزون بر مقاومت ویژه، ستبرای لایه‌ها نیز به متغیرهای مدل اضافه می‌شود. در وارون‌سازی هموار، چون تعداد متغیرهای مدل نسبت به تعداد داده‌ها بیشتر است، مسئله فرومیین (Under-determined) و ناپایدار است که در این صورت، عدم یکتایی و عدم قطعیت افزایش می‌یابد (Schott et al., 1999; Malinverno, 2002; Ghanati et al., 2016). در وارون‌سازی بلوکی، چون تعداد متغیرهای مدل نسبت به داده‌ها کمتر است، مسئله فرامیین (Over-determined) و پایدارتر است؛ اما به دلیل این که افزون بر مقاومت ویژه، متغیر ستبرا نیز باید برآورد شود، عدم قطعیت در این روش بیشتر است. هر چند در این وارون‌سازی امکان برآورد دقیق‌تری از مرز لایه‌ها وجود دارد؛ ولی به دلیل وابستگی مسئله به ستبرای لایه‌ها، حل مسئله با چالش‌هایی همراه است. از جمله این مشکلات وابستگی شدید مسئله به مدل اولیه است به طوری که انتخاب مدل اولیه بیرون از واقعیت زمین منجر به واگرایی حل وارون و یا برآورد مدلی نادرست از تغییرات زیرسطحی زمین شود (Ghanati and Müller-Petke, 2021). در این نوشتار برای رفع این مشکل در وارون‌سازی بلوکی رهیافت بر مبنای مشتق دوم مقاومت ویژه تجمعی جهت برآورد مدل اولیه ارائه می‌شود. تاکنون مطالعات مختلفی بر روی روش‌های مختلف برآورد متغیر در چارچوب گسسته‌سازی هموار و بلوکی داده‌های مقاومت ویژه الکتریکی انجام شده است از جمله می‌توان به تعدادی مقالات (Sharma and Kaikkonen, 1999; Muirane and Pedersen, 2001; Kumar et al., 2007; Juanatey, 2007; Adabanija et al., 2008; Awad Sultan and Monteiro Santos, 2008; Piatti et al., 2010; Akca et al., 2014; Maiti et al., 2011; Maiti et al., 2012; Nosakare Ogunbo, 2018) اشاره کرد. برخلاف پژوهش‌های صورت گرفته، مقاله‌ای که در آن به بررسی کمی و کیفی نتایج مدل‌سازی همزمان به دو روش وارون‌سازی هموار و بلوکی انجام گرفته باشد، وجود ندارد.

در ادامه فرمول‌بندی حل مسئله پیشرو برای زمین‌لایه‌ای با استفاده از ضرایب فیلتر گوش (Ghosh, 1971) و پس از آن فرمول‌بندی حل مسئله وارون غیرخطی با استفاده از روش گاوس-نیوتن ارائه می‌شود. سپس به بررسی الگوریتم هندسه ثابت و متغیر در بخش ۲ پرداخته می‌شود. بخش ۳ شامل ارزیابی الگوریتم‌ها بر روی مثال‌های شبیه‌سازی شده و سپس اعمال آنها بر روی داده‌های واقعی است. در بخش ۴ نیز نتایج مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. گفتنی است که ماتریس‌ها با حروف بزرگ و برجسته، بردارها به صورت حروف کوچک و برجسته و ثابت‌ها به شکل ساده نمایش داده می‌شود.

۲- تئوری مسئله

۲-۱- فرمول‌بندی مسئله پیشرو

برای سوندازنی الکتریکی از آرایه شلومبرژه استفاده می‌شود. در ژئوالکتریک، به دلیل این که الکتروود بر روی لایه اول قرار می‌گیرد، توزیع پتانسیل در سطح اهمیت دارد و به عنوان پتانسیل نرمال شناخته می‌شود. پتانسیل لایه‌های زیرین زمین به عنوان پتانسیل آشوبنده هستند و سپس همه پتانسیل‌ها با هم جمع شده و در سطح قرار می‌گیرند.

محاسبه توزیع پتانسیل الکتریکی به صورت یک‌بعدی (نسبت به ژرفا) از طریق حل معادله لاپلاس به دست می‌آید. حل عددی این معادله سبب دستیابی به پاسخ‌های زمین (مقاومت ویژه ظاهری) به ازای یک آرایش هندسی مشخص می‌شود. برای زمین همگن و همسانگرد که دارای مدل‌های ساده مثل ساختار قائم، زمین دولایه یا حداکثر سه‌لایه می‌باشد، از روش حل تحلیلی معادله لاپلاس از طریق تئوری تصویر، برای محاسبه توزیع پتانسیل الکتریکی استفاده می‌شود. ولی برای ساختارهای زیرسطحی با پیچیدگی بیشتر مانند زمین‌لایه‌ای نیاز به حل معادله مشتقات جزئی

لایه‌های زیرسطحی می‌شود. مسائل وارون ژئوفیزیکی مربوط به مقاومت ویژه به دلیل وابستگی مسئله پیشرو به متغیرهای مدل، به صورت غیرخطی فرمول‌بندی می‌شود. در رویکرد کلاسیک، برای حل مسئله باید از طریق بسط تیلور، خطی‌سازی انجام شود. یکی از چالش‌های اصلی در حل مسائل غیرخطی وجود کمینه‌های محلی در تابع هدف است؛ که باعث افزایش بدوضع بودن مسئله می‌شود (Snieder, 1998; Benning and Burger, 2018). در این گونه مسائل، تنها کمینه کردن تابع هدف برای یافتن مدلی که بهترین برازش را ایجاد کند کافی نیست و نیاز است که از روش‌های بهینه‌سازی عددی یا توابع تنظیم مناسبی استفاده شود. در روش‌های تکراری متعارف، افزون بر روش گاوس-نیوتن، روش‌های دیگری نظیر همبستگی زمان (Time convolution)، لندوبر (Landweber) و گرادیان مزدوج (Conjugate gradient) نیز وجود دارد؛ که در آنها اگر مدل اولیه از کمینه سراسری دور باشد، ممکن است الگوریتم به کمینه‌های محلی همگرا شود. همچنین کوچکترین تغییر در مدل اولیه، پاسخی کاملاً متفاوت را ایجاد خواهد کرد. بنابراین اعمال محدودیت‌هایی در الگوریتم باعث می‌شود که برخی از کمینه‌های محلی حذف شوند و انتخاب مناسب‌ترین کمینه از کمینه‌های باقیمانده نسبتاً آسان باشد. با این حال اعمال این محدودیت‌ها می‌تواند پیچیدگی محاسباتی مسئله و دامنه همگرایی را افزایش دهد (Nocedal and Wright, 1999).

برای رفع مشکلات مربوط به روش‌های بر پایه مشتق یا گرادیان در رویکرد کلاسیک، می‌توان از روش‌های جستجوی مستقیم فراگیر استفاده کرد. این روش‌ها در رویکرد بیزی (Bayesian approach) مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ که در آن از توزیع احتمال پسین (Posterior probability distribution) نمونه‌برداری می‌شود. یک روش نمونه‌برداری، زنجیره مارکوف مونت کارلو (Markov Chain Monte Carlo (MCMC) است و همچنین می‌توان از روش بازپخت شبیه‌سازی شده (Simulated annealing) و الگوریتم ژنتیک (Genetic algorithm) استفاده کرد. این روش‌ها در مقایسه با روش‌های جستجوی محلی، به مدل اولیه وابسته نیستند. با این حال باید توجه داشت که هزینه محاسباتی رویکردهای بهینه‌سازی فراگیر به شدت به فضای متغیر مدل بستگی دارد. بنابراین محدودیت‌هایی در استفاده از این روش‌ها در مسائل بزرگ مقیاس وجود دارد. اگرچه روش‌های آماری در برآورد عدم قطعیت مدل کمک‌کننده هستند؛ ولی تعیین توزیع احتمال پیشین (Prior probability distribution) همچنان موضوعی چالشی است (Scales and Tenorio, 2001; Watenig, 2007).

افزون بر این، یک الگوریتم مبتنی بر جستجوی مدل به نام روش زیرمسئله ناحیه اعتماد (Trust-region sub-problem) توصیه می‌شود؛ که در مقایسه با روش‌های جستجوی خطی مانند روش گاوس-نیوتن، می‌تواند کمینه‌های محلی را کاهش دهد و به راه‌حل بهتری برسد. این کار از طریق محدود کردن طول گام به ناحیه‌ای با اطمینان بیشتر در مدل محلی و تلاش برای استفاده از اطلاعات بیشتر از مدل محلی برای به‌دست آوردن یک گام کوتاه‌تر انجام می‌شود (Wang and Yaxiang, 2005; Grodzewich and Wolkowicz, 2009; Zhang et al., 2015; Ou et al., 2009; Faridi and Ghanati, 2020). با این حال، مشکل روش‌های زیرمسئله ناحیه اعتماد درجه دوم این است که ممکن است نیاز باشد بارها پیش از رسیدن به مرحله آزمایشی قابل قبول، در یک تکرار دوباره محاسبه شود و بنابراین هزینه کل محاسبه برای یک تکرار ممکن است بالا باشد (Yigui et al., 2009).

برای حل مسائل وارون مقاومت ویژه ظاهری از دو رهیافت استفاده می‌شود. روش هندسه ثابت که در آن گسسته‌سازی مدل با استفاده از تعداد زیاد لایه انجام می‌گیرد؛ به‌طوری که این روش منجر به وارون‌سازی هموار می‌شود و روش هندسه متغیر با استفاده از گسسته‌سازی با تعداد لایه کم را وارون‌سازی بلوکی می‌گویند. متغیرهای مدل در حالت هندسه ثابت فقط مقاومت ویژه است

کمینه‌سازی ضابطه نرم دو (l_2) تابع باقی‌مانده است.

$$\varphi_d = \arg \min_{\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{n \times 1}} \|C_d(\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))\|_{l_2}^2 \quad (10)$$

که C_d ماتریس وزنی داده‌ها به طوری که قطر اصلی آن شامل وارون واریانس داده‌های مشاهده‌ای است. در روش‌های کلاسیک بر پایه نیوتن، کمینه‌سازی تابع گفته شده در بالا با روش کمترین مربعات انجام می‌گیرد. در اندازه‌گیری‌های مقاومت ویژه الکتریکی میزان خطای داده‌ها از طریق اصل هم‌پاسخی (Principle of reciprocity) برآورد می‌شود. طبق اصل هم‌پاسخی زمانی که جای الکترودهای پتانسیل و جریان عوض شود (یعنی حالت عادی و وارون) میزان اختلاف پتانسیل اندازه‌گیری شده نباید تفاوت کند؛ اما در برداشت‌های صحرائی به دلیل وجود نوفه‌های تصادفی و سیستماتیک این مقدار متفاوت خواهد بود. بنابراین این اختلاف پتانسیل اندازه‌گیری شده در دو حالت عادی و وارون، به عنوان برآوردی از نوفه در نظر گرفته می‌شود.

به منظور کمینه‌سازی رابطه ۱۰، نیاز به خطی‌سازی تابع $F(\mathbf{m})$ در همسایگی مقدار اولیه $\mathbf{m}_0$ از طریق بسط تیلور مرتبه اول است.

$$\mathbf{F}(\mathbf{m}^0 + \delta \mathbf{m}) = \mathbf{F}(\mathbf{m}^0) + \nabla \mathbf{F}(\mathbf{m}^0) \delta \mathbf{m} \quad (11)$$

مشق تابع پیشرو ∇F نسبت به متغیرهای مدل از طریق ماتریس J با ابعاد $m \times n$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$J_{ij} = (\nabla F)_{ij} = \frac{\partial F_i(\mathbf{m}^0)}{\partial m_j}, \quad (i=1, \dots, m) \quad (j=1, \dots, n) \quad (12)$$

کمینه‌سازی تابع ۱۰، به دلیل بدوضع بودن، ناپایدار است از این رو با اضافه کردن عبارت منظم‌ساز یا عبارت پایدارکننده تابع هدف به شکل زیر بیان می‌شود:

(۱۳)

$$\Phi_\alpha(\mathbf{m}) = \arg \min_{\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{n \times 1}} \left\{ \frac{1}{\alpha} \varphi_d + \varphi_m \right\} = \arg \min_{\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{n \times 1}} \left\{ \frac{1}{\alpha} \|C_d(\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))\|_{l_2}^2 + \|C_m(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{apr})\|_{l_2}^2 \right\}$$

به طوری که α متغیر منظم‌سازی و C_m ماتریس هموارساز (Smoothing matrix) است، که می‌تواند مشتق مرتبه اول یا مرتبه دوم در نظر گرفته شود. در این مطالعه، فرایند وارون‌سازی با انتخاب مقدار بزرگی برای α شروع و در هر تکرار با هدف کمینه‌سازی تابع هدف، مقدار متغیر منظم‌سازی کاهش می‌یابد. همچنین به منظور جلوگیری از واگرایی الگوریتم، شرایطی در نظر گرفته می‌شود؛ که وقتی مقدار تابع باقیمانده ($\|C_d(\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))\|_{l_2}^2$) تکرار کنونی نسبت به تکرار قبلی کاهش یافته باشد، متغیر α به یک فاکتور ثابت تقسیم می‌شود و در صورتی که مقدار تابع باقیمانده روند افزایشی نسبت به تکرار پیشین نشان می‌دهد فاکتور α در یک مقدار ثابتی ضرب می‌شود. انتخاب مقدار این فاکتور باید با دقت انجام شود. اگر کوچک انتخاب شود، متغیر α به نسبت کندتری کاهش می‌یابد و مزیت آن اطمینان از پایداری مسئله و عیب آن زمان بر بودن حل مسئله است. اگر این فاکتور بزرگ انتخاب شود، متغیر α سریع‌تر کاهش می‌یابد که در این حالت احتمال واگرایی مسئله افزایش، ولی زمان حل مسئله کاهش پیدا می‌کند. پس نیاز به تعادل مشخصی برای کاهش مقدار α وجود دارد. الگوریتم تکرار تا زمانی که مقدار φ_d/m (تعداد داده‌های مشاهده‌ای) به یک نزدیک شود ادامه می‌یابد.

با مشتق‌گیری از تابع هدف $\Phi(\mathbf{m})$ نسبت به متغیرهای مجهول رابطه زیر حاصل می‌شود (Aster et al., 2018):

$$\delta \mathbf{m}^k = \beta \times (\mathbf{J}^T(\mathbf{m}^{k-1}) C_d^T C_d \mathbf{J}(\mathbf{m}^{k-1}) + \alpha C_m^T C_m)^{-1} (\mathbf{J}^T(\mathbf{m}^{k-1}) C_d^T C_d - \alpha C_m^T C_m (\mathbf{m}^{k-1} - \mathbf{m}_{apr})) \quad (14)$$

که J^T ترانزاده ماتریس J ، k نشان‌دهنده تکرار k ام، $\mathbf{m}_{apr}$ بردار مدل پیشینی که شامل اطلاعات زمین‌شناسی و یا اطلاعات به دست آمده از اندازه‌گیری‌های درون‌چاهی باشد، $\delta \mathbf{m}$ جهت جستجو و β طول گام ($\beta=0,1$) در هر تکرار

معادله لاپلاس است؛ که برای حل این معادله لازم است از ضرایب فیلتر گوش استفاده شود. حل این معادله در مختصات استوانه‌ای یا کروی از دکارتی آسان‌تر است.

دسترسی به حل دقیق از فیزیک مسئله برای حل هر مسئله وارون به عنوان یک ضرورت شناخته می‌شود. با در نظر گرفتن ضرایب فیلتر گوش، در این الگوریتم برای محاسبه توزیع مقاومت ویژه ظاهری یک‌بعدی با آرایه شلومبرژه، فیزیک مسئله مربوط به مدل m متشکل از n لایه همگن و همسانگرد با مقاومت $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ و ستبرای لایه $h_1, h_2, \dots, h_{n-1}$ از طریق معادله انتگرال زیر بیان می‌شود:

$$\rho_a(L) = L^2 \left[\int_0^\infty T(\lambda) J_1(\lambda L) \lambda d\lambda \right] \quad (1)$$

که $L=AB/2$ نشان‌دهنده نصف فاصله الکترودهای جریان، λ متغیر انتگرال‌گیری، J_1 تابع بسل مرتبه اول از نوع اول و $T(\lambda)$ تابع تبدیل (Transform function) مقاومت ویژه ظاهری است؛ که از طریق روابط بازگشتی از لایه‌های زیرین تا سطح محاسبه می‌شود:

$$T_{n-1}(\lambda) = \rho_{n-1} (1 - K_{n-1} U_{n-1}) / (1 + K_{n-1} U_{n-1}) \quad (2)$$

K_{n-1} ضریب بازتاب (Reflection coefficient) است؛ که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K_{n-1} = \frac{\rho_{n-1} - \rho_n}{\rho_{n-1} + \rho_n} \quad (3)$$

و U_{n-1} با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$U_{n-1} = \exp(-2\lambda h_{n-1}) \quad (4)$$

روابط ۲ تا ۴ برای لایه $n-1$ هستند و n لایه آخر است. برای لایه‌های بالایی تا سطح زمین روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$W_j(\lambda) = \rho_j \frac{1 - U_j}{1 + U_j} \quad (5)$$

که $n-2=j$ است و U بدین صورت تعریف می‌شود:

$$U_j = \exp(-2\lambda h_j) \quad (6)$$

و تابع تبدیل $T_j(\lambda)$ از طریق فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$T_j(\lambda) = \frac{W_j(\lambda) T_{j+1}(\lambda)}{1 + W_j(\lambda) T_{j+1}(\lambda) / \rho_j^2} \quad (7)$$

بعد از محاسبه تابع تبدیل، مقادیر مقاومت ویژه ظاهری با روش اعمال فیلتر خطی گوش به دست می‌آید:

$$(\rho_a)_m = \sum_{j=0}^5 \mathbf{b}_j T_{m-j}, \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (8)$$

که $\mathbf{b}_j$ ضرایب فیلتر گوش، شامل ۹ عدد است (Parasnis, 2012).

۲-۲- فرمول‌بندی مسئله وارون

در ژئوفیزیک، وارون‌سازی فرایند استنباط ویژگی‌های فیزیکی لایه‌های زیرسطحی با استفاده از تعداد محدود داده آغشته به نوفه بیان می‌شود. در واقع وارون‌سازی به معنی جستجوی مدلی که بهترین توصیف را از داده‌های مشاهده‌ای ارائه دهد، می‌باشد به طوری که اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسباتی کمینه شود. حل مسئله وارون با توجه به رابطه بین معلومات (داده‌ها) و مجهولات (متغیرهای مدل) به روش‌های مختلفی انجام می‌شود. همان‌طور که پیش‌تر از این بیان شد مسئله وارون در روش سونداز مقاومت ویژه الکتریکی به صورت غیرخطی تعریف می‌شود، به طوری که رابطه بین داده و مدل با روش تابع ریاضیاتی F به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{m}) \quad (9)$$

که $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ بردار داده‌ها، $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ فیزیک مسئله و $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ بردار متغیرهای مدل است. هدف اصلی برآورد متغیرهای مدل از داده‌های مشاهده‌ای به کمک

۳-۲- الگوریتم هندسه ثابت و هندسه متغیر

در الگوریتمی که فرض می‌شود زمین دارای هندسه ثابت است، از دو حلقه استفاده می‌شود که در حلقه اول (حلقه بیرونی) شرط توقف میزان برازش بر اساس فرمول $\chi^2 = \phi d/m$ (این متغیر تحت عنوان Reduced Chi-square شناخته می‌شود) بیان می‌شود و در حلقه دوم (حلقه درونی) میزان تغییرات در متغیر مدل است. الگوریتم روش هندسه ثابت در شکل ۱ و دیاگرام آن در شکل ۳ نمایش داده می‌شود. در الگوریتمی که فرض می‌شود زمین دارای هندسه متغیر است، فقط از یک حلقه استفاده می‌شود؛ که در آن شرط توقف میزان برازش بر اساس فرمول χ^2 است. الگوریتم هندسه متغیر در شکل ۲ و دیاگرام آن در شکل ۴ دیده می‌شود. در این الگوریتم‌ها داده‌های ورودی و مقاداردهی اولیه به صورت زیر خواهد بود:

داده‌های ورودی: داده مشاهده‌ای d^{obs} ، واریانس داده‌ها v ، کران بالا ρ^{max} و کران پایین ρ^{min} برای مقاومت ویژه در هر دو هندسه ثابت و متغیر و همچنین کران بالا h^{max} و کران پایین h^{min} برای ستبرای هندسه متغیر. مقاداردهی اولیه: ماتریس وزنی $C_d = \text{diag}(v_1^{-1}, \dots, v_m^{-1})$ ، ماتریس هموارساز $C_m = I$ (مشتق اول ماتریس همانی) برای هندسه ثابت و ماتریس همانی $C_m = I$ برای هندسه متغیر، $m^0 = m^{apr}$ به عنوان مدل اولیه، شمارنده $q=1$ ، متغیر تنظیم $\alpha=1000$ و طول گام $0 < \beta \leq 1$ برای انجام رهیافت جستجوی خطی.

است. متغیر β معمولاً از دو روش جستجوی خطی و ناحیه مورد اعتماد برآورد می‌شود. هدف از برآورد بهینه طول گام در فرایند وارون‌سازی، جلوگیری از واگرا شدن مسئله و نیز تا حدودی جلوگیری از گیر افتادن در کمینه‌های محلی است (Faridi and Ghanati, 2020). تفاوت دو روش بالا در اولویت برآورد جهت جستجو و طول گام است، به طوری که در روش جستجوی خطی ابتدا جهت جستجو برآورد می‌شود و سپس طول گام بهینه تعیین می‌گردد؛ در حالی که در روش مورد اعتماد ابتدا طول گام و سپس جهت جستجو برآورد می‌شود. در این مطالعه از روش جستجوی خطی برای انتخاب بهینه β استفاده شد. همچنین می‌توان برای جلوگیری از برآورد متغیرهای مدل غیر واقعی، کران بالا و پایین (Upper and lower bound) متغیرها تعیین شود. در نتیجه فرمول محاسبه متغیرهای مدل به صورت زیر خواهد بود (Ghanati and Müller-Petke, 2021):

$$m^k = \frac{[ub(m^{k-1} - lb) \exp(\delta m^k) + lb(ub - m^{k-1})]}{[(m^{k-1} - lb) \exp(\delta m^k) + (ub - m^{k-1})]} \quad (15)$$

که $lb = [\rho^{min}, h^{min}]$ و $ub = [\rho^{max}, h^{max}]$ کران بالا و پایین برای متغیرهای مدل یعنی مقاومت ویژه و ستبرای است. این رابطه افزون بر اعمال قید مثبت بودن (Positivity) با استفاده از عبارت $\exp(\delta m^k)$ ، محدوده تغییرات متغیرهای مدل را هنگام اجرای الگوریتم وارون‌سازی تنظیم می‌کند.

Algorithm 1. Standard inversion with fixed layering (geometry)

Input: d_{obs} , m_{apr} , v , ρ^{max} , ρ^{min}
Initialization: $C_d = \text{diag}(v_1^{-1}, \dots, v_m^{-1})$, C_m , α , β , ε , a , $k = 1$ and $m^0 = m_{apr}$
while $\chi^2 = (\|C_d(d_{obs} - F(m^{k-1}))\|_{l_2}/\sqrt{m}) > 1$ or maximum number of iterations is not met
 Calculate $d_{cal}^k = F(m^{k-1})$
 Calculate Jacobian matrix $J(m^{k-1})$
 Calculate $\partial d = \log(d_{obs}) - \log(d_{cal}^k)$
 $d_{cal}^{k+1} = 0$
 while $\|d_{cal}^k - d_{cal}^{k-1}\|_{l_2}/\sqrt{m} > \varepsilon$
 Calculate δm^k using equation 14
 Implement line search to find $\beta = (0,1]$
 Update $\delta m^k = \beta \times \delta m^k$
 Implement equation 15 to obtain m^k
 Calculate $d_{cal}^{k+1} = F(m^k)$
 end
 $k = k + 1$
 Set $\alpha = \alpha/a$
end

شکل ۱- الگوریتم هندسه ثابت برای وارون‌سازی هموار.

Algorithm 2. Standard inversion with variable layering (geometry)

Input: d_{obs} , m_{apr} , v , ρ^{max} , ρ^{min} , h^{max} , h^{min}
Initialization: $C_d = \text{diag}(v_1^{-1}, \dots, v_m^{-1})$, C_m , α , β , a , $k = 1$ and $m^0 = m_{apr}$
while $\chi^2 = (\|C_d(d_{obs} - F(m^{k-1}))\|_{l_2}/\sqrt{m}) > 1$ or maximum number of iterations is not met
 Calculate $d_{cal}^k = F(m^{k-1})$
 Calculate Jacobian matrix $J(m^{k-1})$
 Calculate $\delta d = \log(d_{obs}) - \log(d_{cal}^k)$
 Calculate δm^k using equation 14
 Implement line search to find $\beta = (0,1]$
 Update $\delta m^k = \beta \times \delta m^k$
 Implement equation 15 to obtain m^k
 Calculate $d_{cal}^{k+1} = F(m^k)$
 $k = k + 1$
 Set $\alpha = \alpha/a$
end

شکل ۲- الگوریتم هندسه متغیر برای وارون‌سازی بلوکی.



شکل ۳- دیاگرام الگوریتم هندسه ثابت برای وارون‌سازی هموار.



شکل ۴- دیاگرام الگوریتم هندسه متغیر برای وارون‌سازی بلوکی.

مقاومت ویژه و از طریق میانگین داده‌های مشاهده‌ای (d_{obs}) به دست می‌آید. در هندسه ثابت، متغیر ستبرای به صورت لگاریتمی و ثابت فرض می‌شود. این در حالیکه در رهیافت هندسه متغیر، مدل اولیه افزون بر مقادیر مقاومت ویژه، شامل مقادیر ستبرای نیز می‌باشد. بنابراین بردار مدل اولیه در این روش شامل میانگین مقادیر مقاومت ویژه ظاهری و نیز تعداد اولیه لایه‌ها همراه با ستبرای هر لایه می‌شود. همچنین در هر دو روش لایه آخر به عنوان یک نیم فضای همگن در نظر گرفته می‌شود. از طرفی به منظور کنترل تعداد تکرارهای الگوریتم وارون‌سازی، دو ضابطه توقف شامل تعداد حداکثر تکرارها و مقدار χ^2 در نظر گرفته شده است.

– **مدل زمین لایه‌ای با یک آبخوان:** در مدل تک آبخوان فرض شده که زمین دارای سه لایه شامل رولایه لسی، لایه آبخوان ماسه‌ای و سنگ کف شیلی است. خلاصه متغیرهای ژئوالکتریکی این مدل در جدول ۱ آمده است. مقادیر h^0 به عنوان مدل اولیه متغیر ستبرای در هندسه متغیر، ۵ و ۸ در نظر گرفته شده است. در وارون‌سازی هموار مدل تک آبخوان، مقدار χ^2 بعد از ۷ تکرار، از ۷/۱۱ به ۰/۶۶ می‌رسد. مقادیر مقاومت ویژه برآوردی لایه اول تا سوم به ترتیب ۳۲۵، ۴۰/۸ و ۲۰۷ اهم متر است. در وارون‌سازی بلوکی مدل تک آبخوان، مقدار χ^2 بعد از ۲۰ تکرار، از ۵/۸۸ به ۰/۹ می‌رسد. این مقادیر نشان می‌دهد که داده‌های محاسباتی منتج شده از مدل نهایی در سطح نوفه به داده‌های مشاهده‌ای برازش یافته‌اند. مقادیر مقاومت ویژه برآوردی لایه اول تا سوم به ترتیب ۲۸۱/۲، ۴۵ و ۱۶۷/۱ اهم متر و ستبرای لایه اول و دوم به ترتیب ۲/۱ و ۷/۴ متر برآورد شده است. شکل ۵ خروجی‌های حاصل از الگوریتم‌های هندسه ثابت و هندسه متغیر را نشان می‌دهد.

گفتنی است که تمامی الگوریتم‌ها در نرم‌افزار MATLAB کدنویسی و اجرا شده‌اند. همچنین داده‌های حاصل از گمانه حفاری با نرم‌افزار RockWorks بررسی و مقاطع زمین‌شناسی مربوطه تهیه شده‌اند.

۳- کاربردهای عددی

در این بخش الگوریتم‌های هندسه ثابت و متغیر ابتدا بر روی داده شبیه‌سازی شده برای دو مدل فرضی تک آبخوان و دو آبخوان بررسی می‌شود و سپس بر روی دو داده واقعی در مناطقی از آلمان و ایران آزمایش می‌شوند. برای تعیین کران بالا و پایین نمونه‌ها از روش فاصله اطمینان (Confidence Interval) استفاده شده است. برای محاسبه فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای متغیرهای مدل فرمول زیر به کار گرفته شده است:

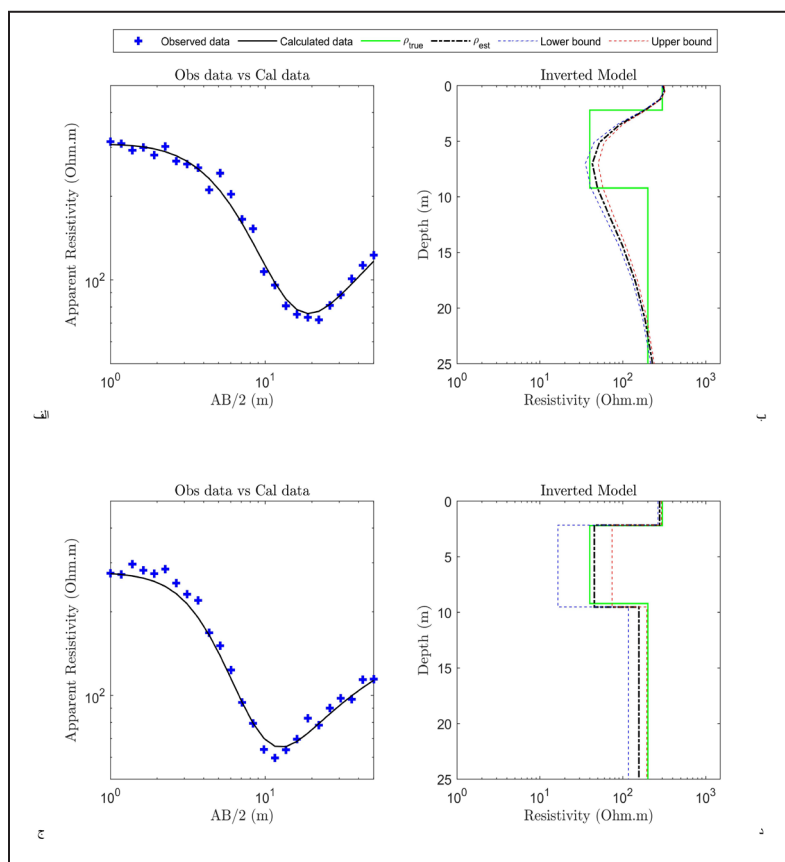
$$m \pm 1.96\sqrt{\sigma^2} \quad (16)$$

که σ^2 واریانس‌های متغیرهای مدل و قطر اصلی ماتریس کوواریانس است. ماتریس کوواریانس از طریق فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{cov}(\mathbf{m}) = (\mathbf{J}^T (\mathbf{m}^{k-1}) \mathbf{C}_d^T \mathbf{C}_d \mathbf{J} (\mathbf{m}^{k-1}) + \alpha \mathbf{C}_m^T \mathbf{C}_m)^{-1} \quad (17)$$

۳-۱- داده شبیه‌سازی شده

در هر دو مثال شبیه‌سازی شده، ۵ درصد نوفه گاوسی با میانگین صفر متناسب با دامنه داده‌های شبیه‌سازی شده، به آنها اضافه می‌شود. همچنین سعی شده که مقادیر مقاومت ویژه واقعی برای مدل‌های شبیه‌سازی شده، نزدیک به شرایط واقعی زمین باشد. وارون‌سازی بر پایه گسسته‌سازی با هندسه ثابت، مدل اولیه تنها شامل متغیرهای



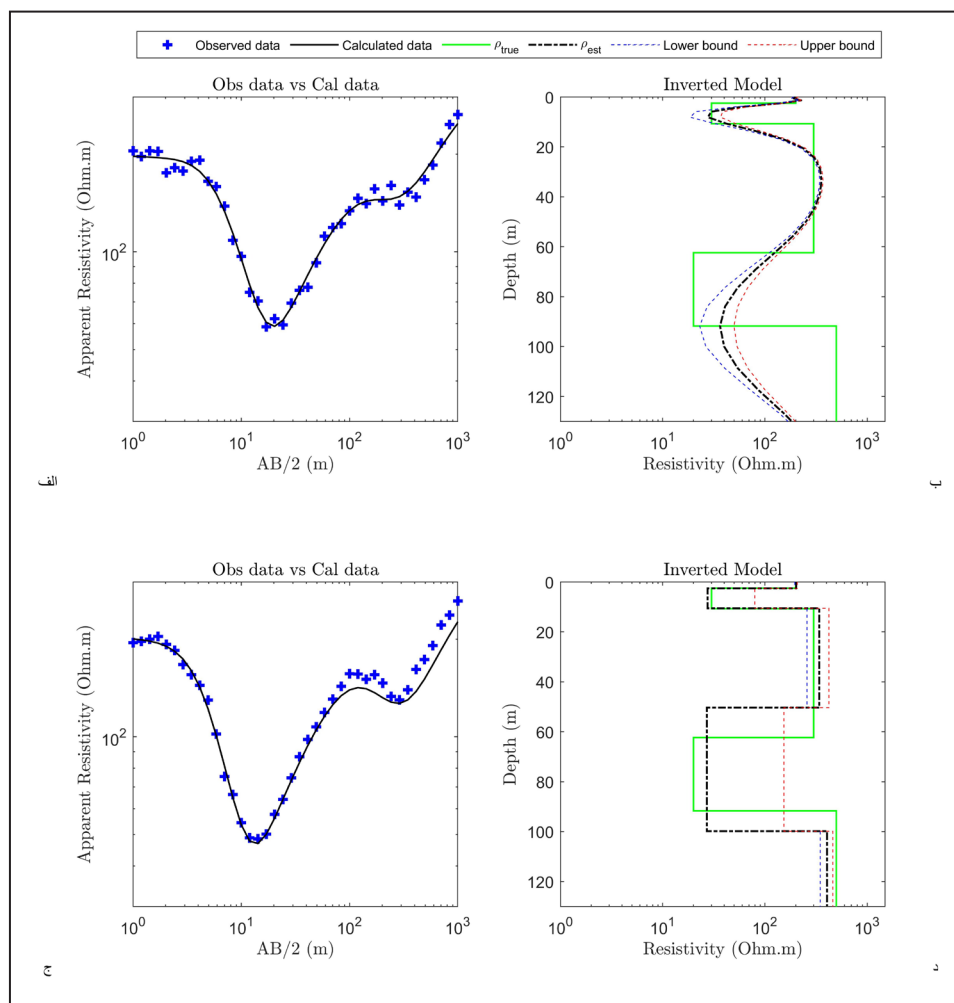
شکل ۵- مدل تک آبخوان. الف) داده‌های مقاومت ویژه ظاهری در فواصل الکترودی مختلف؛ ب) وارون‌سازی هموار، تغییرات مقاومت ویژه واقعی و مقاومت ویژه برآوردی نسبت به ژرفا؛ ج) داده‌های مقاومت ویژه ظاهری در فواصل الکترودی مختلف؛ د) وارون‌سازی بلوکی، تغییرات مقاومت ویژه واقعی و مقاومت ویژه برآوردی نسبت به ژرفا. داده مشاهده‌ای (علامت مثبت آبی)، داده محاسبه‌ای (خط مشکی)، مدل مقاومت ویژه واقعی (خط سبز) و مدل مقاومت ویژه منتج شده از وارون‌سازی (خط چین مشکی)، کران بالا (خط چین قرمز) و کران پایین (خط چین آبی).

جدول ۱- مقادیر متغیرهای مدل تک آبخوان.

سنگ‌شناسی	ژرفا (متر)	ستبر (متر)	مقاومت ویژه (اهم‌متر)	لایه
لس	۰	۲/۲	۳۰۰	۱
ماسه‌سنگ	۲/۲	۷	۴۰	۲
شیل	۲/۹	نیم‌فضا	۲۰۰	۳

مقاومت ویژه برآوردی لایه اول تا پنجم به ترتیب ۲۲۷، ۲۹/۸، ۳۶۳، ۳۵/۳ و ۳۹۱ اهم‌متر برآورد شده است. در وارون‌سازی بلوکی مدل دو آبخوان، مقدار χ^2 بعد از ۲۶ تکرار، از ۸ به ۰/۸۳ می‌رسد. مقادیر مقاومت ویژه برآوردی لایه اول تا پنجم به ترتیب ۱۹۴/۶، ۲۲/۹۲، ۳۱۳/۴۷، ۲۳/۶ و ۳۶۰/۱۶ اهم‌متر و ستبرای لایه اول تا چهارم به ترتیب ۲/۷، ۶/۴، ۴۶/۳ و ۳۳/۸۱ متر برآورد شده است. شکل ۶ خروجی‌های حاصل از الگوریتم‌های هندسه ثابت و هندسه متغیر را نشان می‌دهد.

مدل زمین لایه‌ای یا دو آبخوان: در مدل دو آبخوان فرض شده زمین دارای پنج لایه و دو آبخوان شامل رولایه لسی (محیط غیر اشباع)، آبخوان اول ماسه‌ای (محیط اشباع) و آزاد، لایه سوم شیلی (محیط اشباع)، آبخوان دوم ماسه‌ای (محیط اشباع) و تحت فشار و سنگ کف آهکی است. خلاصه متغیرهای ژئوالکتریکی این مدل در جدول ۲ آمده است. مقادیر h^0 به ترتیب ۳، ۸، ۴۰ و ۱۰ به عنوان مدل اولیه متغیر ستبر در هندسه متغیر، در نظر گرفته شده است. همچنین در وارون‌سازی هموار مدل دو آبخوان، مقدار χ^2 بعد از ۸ تکرار، از ۴/۶ به ۰/۶ می‌رسد. مقادیر



شکل ۶- مدل دو آبخوان. الف) داده‌های مقاومت ویژه ظاهری در فواصل الکترونی مختلف؛ ب) وارون‌سازی هموار، تغییرات مقاومت ویژه واقعی و مقاومت ویژه برآوردی نسبت به ژرفا. ج) داده‌های مقاومت ویژه ظاهری در فواصل الکترونی مختلف؛ د) وارون‌سازی بلوکی، تغییرات مقاومت ویژه واقعی و مقاومت ویژه برآوردی نسبت به ژرفا. داده مشاهده‌ای (علامت مثبت آبی)، داده محاسبه‌ای (خط مشکی)، مدل مقاومت ویژه واقعی (خط سبز) و مدل مقاومت ویژه منتج‌شده از وارون‌سازی (خط چین مشکی)، کران بالا (خط-چین قرمز) و کران پایین (خط چین آبی).

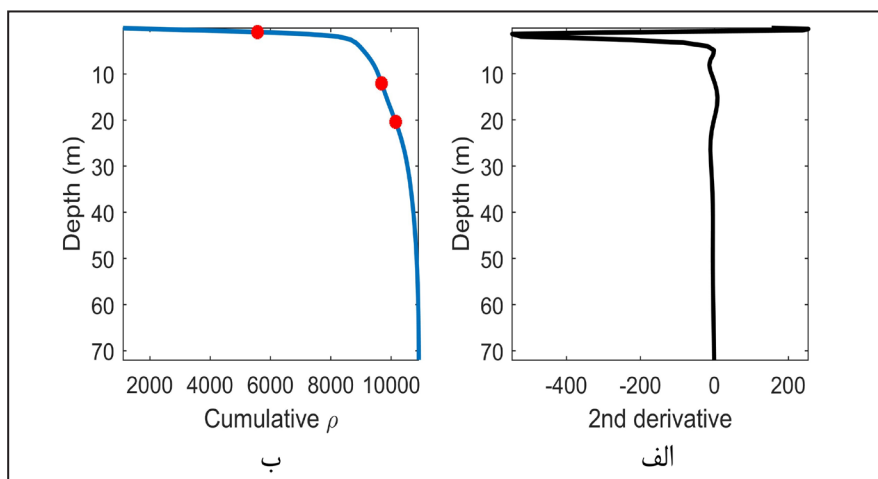
جدول ۲- مقادیر متغیرهای مدل دو آبخوان.

سنگ‌شناسی	ژرفا (متر)	ستبر (متر)	مقاومت ویژه (اهم‌متر)	لایه
لس	۰	۲/۵	۲۰۰	۱
ماسه‌سنگ	۲/۵	۸/۲	۳۰	۲
شیل	۱۰/۷	۵۱/۶	۳۰۰	۳
ماسه‌سنگ	۶۲/۳	۲۹/۴	۲۰	۴
سنگ آهک	۹۱/۷	نیم‌فضا	۵۰۰	۵

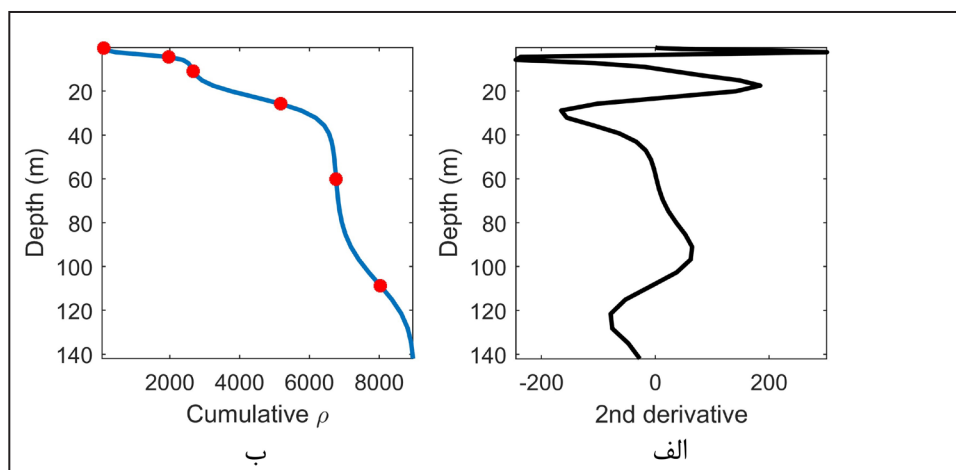
۳-۲- داده واقعی

رنگ قرمز مشخص شده است، مقادیر مدل اولیه برای ستبر تعیین می‌شود. در واقع انتظار می‌رود که نقاط عطف حاصل از مشتق دوم منحنی تجمعی مقاومت ویژه وارون‌سازی هموار، برآوردی از مرز لایه‌ها به نمایش گذارد و این برآورد تعداد و ستبر لایه‌ها به عنوان مدل شروع‌کننده در فرایند وارون‌سازی بلوکی استفاده می‌شود. توجه شود که الگوریتم وارون‌سازی هموار به دلیل این که ستبر لایه‌ها به عنوان متغیر معلوم وارد مسئله می‌شود و تنها نیاز به برآورد توزیع مقاومت ویژه محیط است، حساسیت کمتری به مقدار اولیه نسبت به روش بلوکی دارد.

در ابتدا باید گفت که برای حل مسئله وارون در داده‌های واقعی، به دلیل عدم اطلاع از شرایط ساختارهای زیرسطحی، استفاده از مدل اولیه مناسب اهمیت بالایی دارد و عدم انتخاب درست آن منجر به همگرایی به یک کمینه محلی و یا حتی واگرایی مسئله وارون می‌شود. بدین منظور تکنیکی اتخاذ شده که با استفاده از وارون‌سازی هموار، بتوان برآورد اولیه مناسبی از متغیرهای مدل برای وارون‌سازی بلوکی داشت. برای این کار مشتق دوم منحنی تجمعی مقاومت ویژه محاسبه شده و نقاط عطف آن در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از اختلاف این نقاط که در شکل ۷ و ۸ با



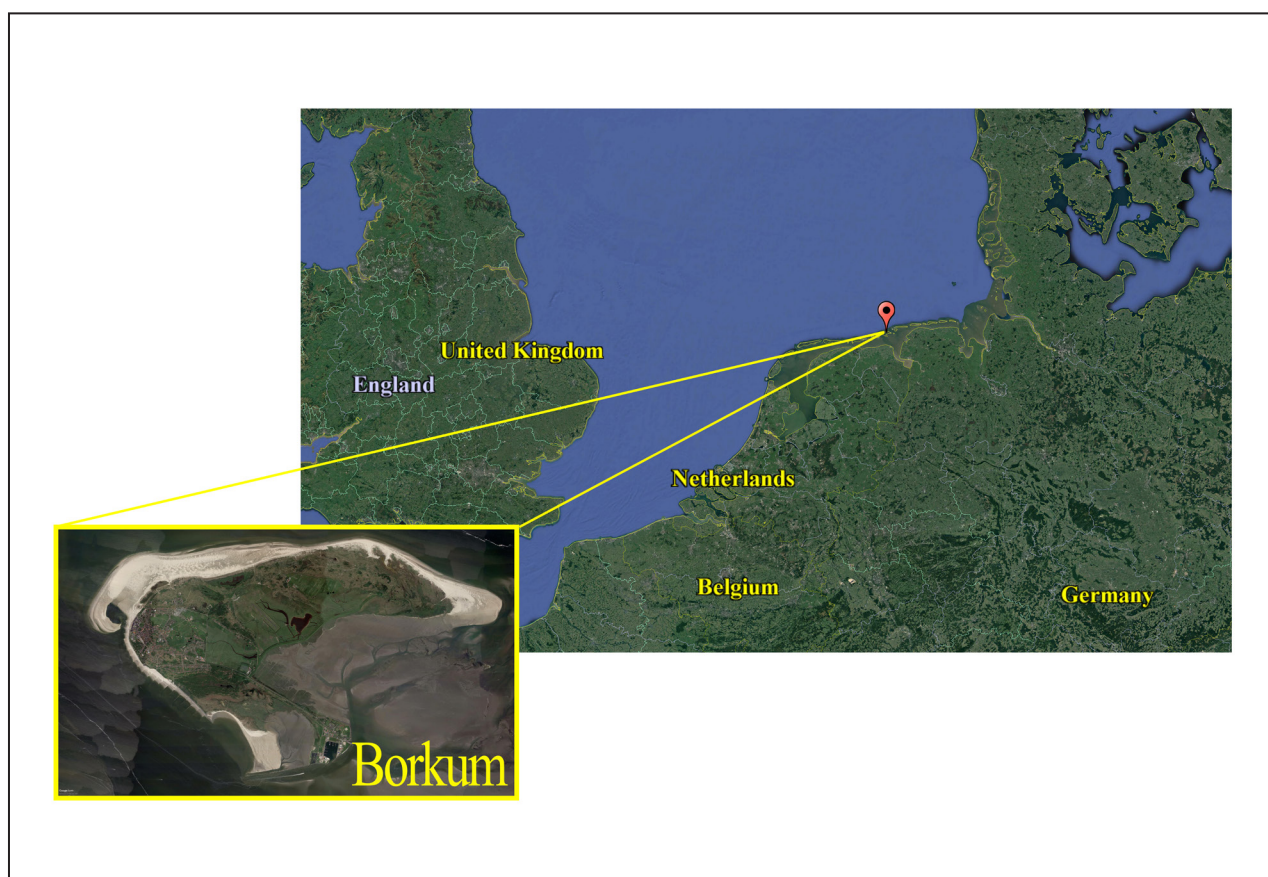
شکل ۷- داده جزیره بورکم: الف) مشتق دوم منحنی تجمعی مقاومت ویژه حاصل از وارون‌سازی هموار و ب) منحنی تجمعی مقاومت ویژه. نقاط قرمز، نقاط عطف هستند که اختلاف آنها مقادیر مدل اولیه برای ستبر در وارون‌سازی بلوکی را تعیین می‌کنند.



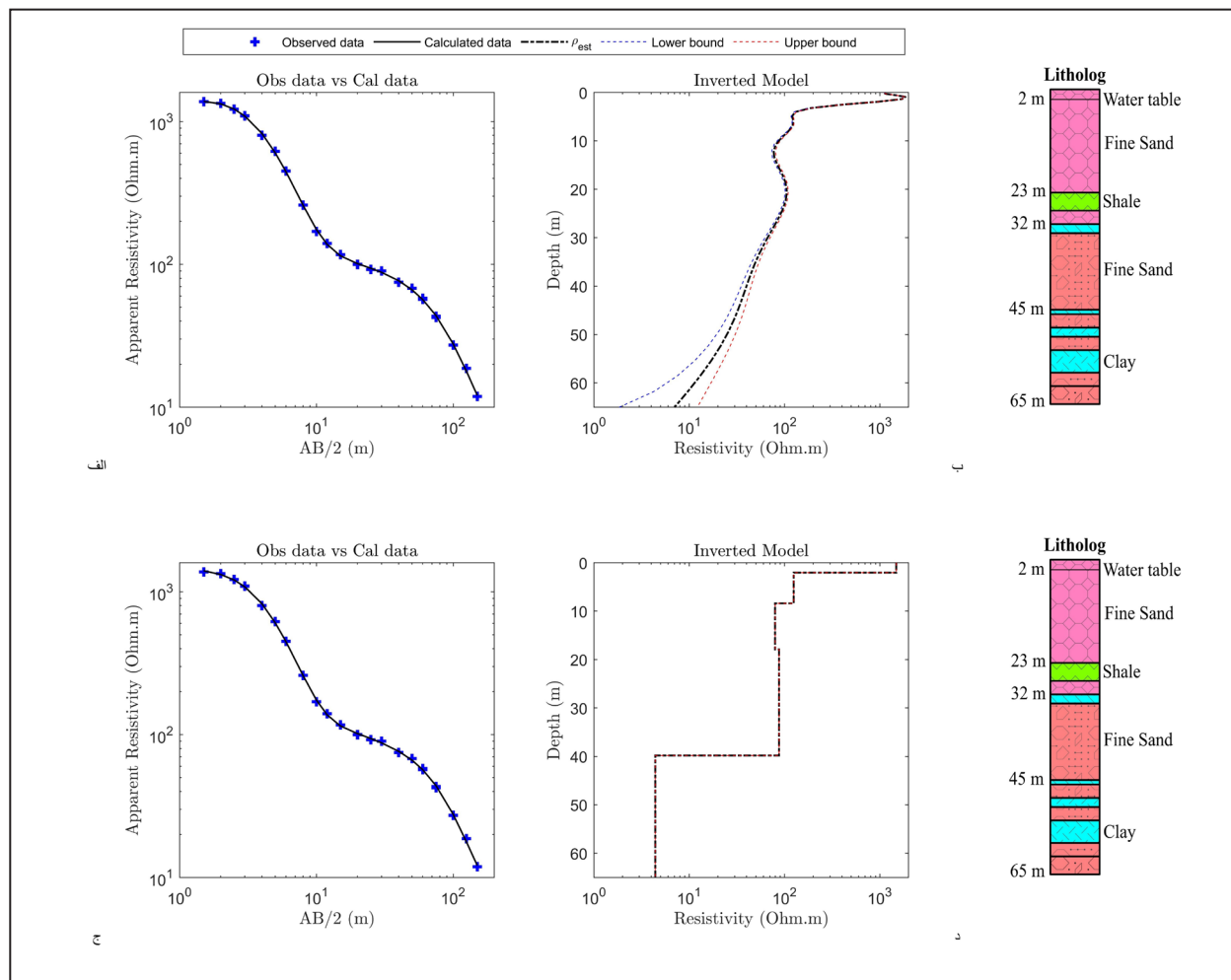
شکل ۸- داده روستای عرب آباد: الف) مشتق دوم منحنی تجمعی مقاومت ویژه حاصل از وارون‌سازی هموار و ب) منحنی تجمعی مقاومت ویژه. نقاط قرمز، نقاط عطف هستند که اختلاف آنها مقادیر مدل اولیه برای ستبر در وارون‌سازی بلوکی را تعیین می‌کنند.

دارد. چون تعداد لایه‌ها از روی نمودار هموار و همچنین ستبرای لایه‌ها از روی نمودار بلوکی با گمانه همخوانی نسبی دارد. این منطقه دارای پنج لایه با سه آبخوان سطحی و متوسط با آب شیرین و آبخوان ژرف با آب شور است. لایه بین آبخوان اول و دوم شیلی و لایه بین آبخوان دوم و سوم رسی است. با توجه به نمودارها، الگوریتم به دلیل نداشتن تفکیک‌پذیری بالا و وجود تباین و نازک بودن لایه شیلی، نتوانسته به خوبی این لایه را نشان دهد. همچنین به دلیل نزدیک بودن تغییرات مقاومت ویژه لایه رسی به آبخوان سوم، این لایه تفکیک نشده است. بر اساس وارون‌سازی هموار، مقادیر مقاومت ویژه به ترتیب، ۱۸۵۶، ۱۲۳، ۷۶، ۱۰۵ و ۴ اهم‌متر است. بر اساس وارون‌سازی بلوکی و مقایسه با گمانه حفاری، رولایه غیر اشباع ماسه‌سنگ ریزدانه با مقاومت ویژه ۱۴۸۳ اهم‌متر است. آبخوان سطحی از ۲ تا ۸ متر در لایه ماسه‌سنگ ریزدانه قرار گرفته و مقاومت ویژه حدود ۱۲۵ اهم‌متر دارد. آبخوان دوم در ژرفای ۱۸ تا ۴۰ متر در لایه ماسه‌سنگ که نسبت به آبخوان اول ریزدانه‌تر است قرار گرفته و به همین دلیل مقاومت ویژه کمتر یعنی ۸۷ اهم‌متر را نشان می‌دهد. در نهایت به علت وجود رس و آب شور، یک افتادگی در نمودار دیده می‌شود و آبخوان سوم از ژرفای حدود ۶۰ متر آغاز می‌شود. خلاصه این اطلاعات در جدول ۳ قرار گرفته است.

— **جزیره بورکم:** اولین داده واقعی، در جزیره‌ای به نام بورکم (Borkum) در شمال‌باختری نیدرزاکسن آلمان مورد بررسی قرار می‌گیرد (Maiti et al., 2011; Günther and Müller-Petke, 2012). این جزیره در دهانه آبراه امس در میان دریای مردابی وادن و دریای شمال واقع شده است. موقعیت مکانی آن در شکل ۹ نشان داده شده است. داده‌های سونداژ مقاومت ویژه الکتریکی در این منطقه با آرایه شلومبرژه با حداکثر $AB/2=150\text{ m}$ برداشت شده است. همچنین برای صحت‌سنجی نتایج حاصل از وارون‌سازی از داده‌های سنگ‌شناسی به‌دست آمده در نزدیکی محل سونداژ استفاده می‌شود که در کنار نمودارها در شکل ۱۰ آمده است. براساس نتایج حفاری (Maiti et al., 2011; Akca et al., 2014)، سه آبخوان در این ناحیه وجود دارد که شامل یک آبخوان سطحی (از ۳ تا ۲۳ متر) با آب شیرین، آبخوان در ژرفای متوسط (۳۲ تا ۴۵ متر) با آب شیرین و آبخوان ژرف (حدود ۶۰ متر) با آب شور است. با توجه به گمانه حفاری لایه بین آبخوان اول و دوم شیلی و لایه بین آبخوان دوم و سوم رسی است. نتایج حاصل از الگوریتم‌های هندسه ثابت و هندسه متغیر در شکل ۱۰ آورده شده است. همان‌طور که از مقایسه خروجی الگوریتم‌ها و گمانه حفاری مشهود است، تطابق مناسبی بین نمودارهای هموار و بلوکی و گمانه حفاری وجود



شکل ۹- موقعیت مکانی جزیره بورکم در شمال باختری آلمان.



شکل ۱۰- داده جزیره بورکم. الف) داده‌های مقاومت ویژه ظاهری در فواصل الکترونی مختلف؛ ب) وارون‌سازی هموار، تغییرات مقاومت ویژه واقعی و مقاومت ویژه برآوردی نسبت به ژرفا. ج) داده‌های مقاومت ویژه ظاهری در فواصل الکترونی مختلف؛ د) وارون‌سازی بلوکی، تغییرات مقاومت ویژه واقعی و مقاومت ویژه برآوردی نسبت به ژرفا. داده مشاهده‌ای (علامت مثبت آبی)، داده محاسبه‌ای (خط مشکی)، مدل مقاومت ویژه واقعی (خط سبز) و مدل مقاومت ویژه منتج شده از وارون‌سازی (خط چین مشکی)، کران بالا (خط چین قرمز) و کران پایین (خط چین آبی).

جدول ۳- مقادیر متغیرهای مدل داده جزیره بورکم بر اساس وارون‌سازی بلوکی و انطباق آن با گمانه حفاری.

سنگ‌شناسی	ژرفا (متر)	ستبر (متر)	مقاومت ویژه (اهم‌متر)	لایه
ماسه سنگ ریزدانه	۰	۲	۱۴۸۳	۱
ماسه سنگ ریزدانه	۲	۶	۱۲۵	۲
ماسه سنگ ریزدانه	۸	۱۰	۷۹	۳
ماسه سنگ ریزدانه	۱۸	۲۲	۸۷	۴
رس	۴۰	نیم فضا	۴	۵

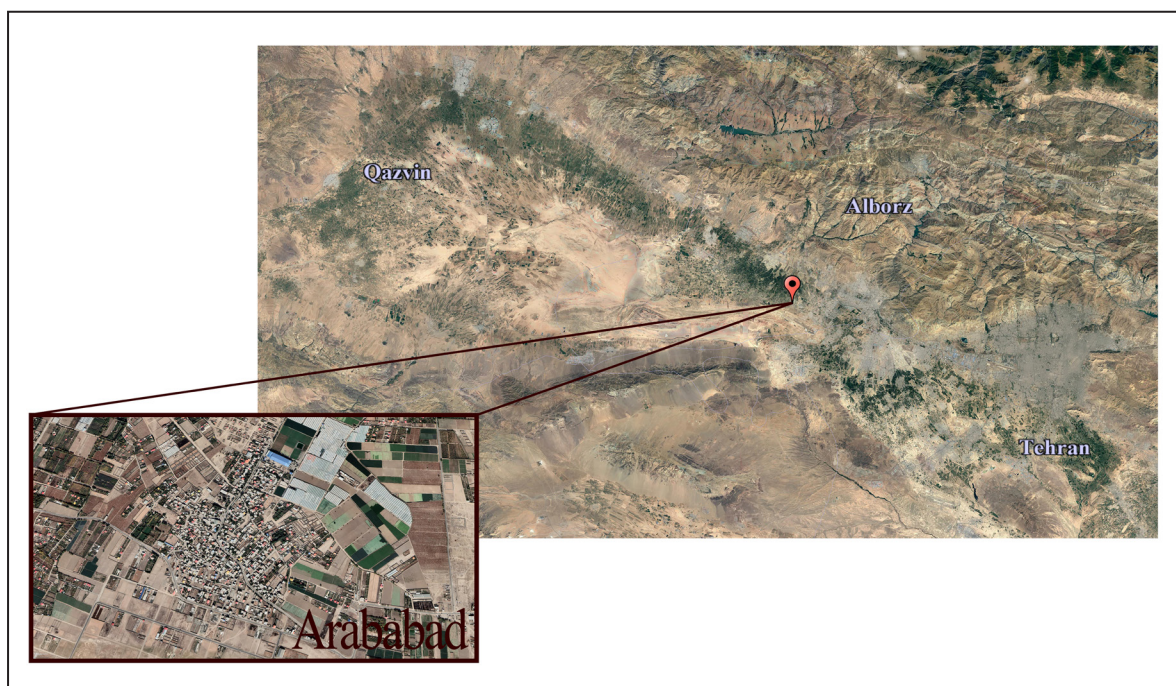
آبخوان سطحی (۵ تا ۱۶ متر) و آبخوان ژرف (۳۷ تا ۸۰ متر) تشکیل شده است. لایه بین آبخوان اول و دوم از جنس گراول و لایه زیرین آبخوان دوم از جنس گراول و کنگلومرا می‌باشد. ناگفته نماند که آبخوان دیگری نیز در ژرفاهای پایین تر وجود دارد که به علت نداشتن داده از آن بخش، در خروجی‌ها دیده نمی‌شود. نتایج حاصل از الگوریتم‌های هندسه ثابت و هندسه متغیر در شکل ۱۲ آورده شده است. از مقایسه خروجی الگوریتم‌ها و گمانه حفاری می‌توان تطابق نسبی خوبی

– روستای عرب‌آباد: داده واقعی بعدی در روستای عرب‌آباد (Arababad) بررسی می‌شود. این روستا از توابع بخش مرکزی شهرستان چهارباغ در استان البرز ایران است. داده‌های سونداژ مقاومت ویژه الکتریکی در این منطقه با آرایه شلومبرژه با حداکثر $AB/2=316$ m برداشت شده است. موقعیت مکانی آن در شکل ۱۱ نشان داده شده است. افزون بر داده مقاومت ویژه، داده حاصل از گمانه حفاری نیز برداشت شده است که نتایج آن در کنار نمودارها در شکل ۱۲ آمده است. این ناحیه از دو

حاصل از گمانه حفاری (خط چین سبز)، شکل ۱۳ برای هر دو داده واقعی تنظیم شده است. به دلیل عدم دسترسی به مغزه‌های حفاری جهت تعیین مقدار مقاومت ویژه هر لایه به صورت آزمایشگاهی، مقدار مقاومت ویژه‌ها در مدل‌های اولیه بر اساس سنگ‌شناسی و شرایط اشباع یا غیر اشباع بودن آن لایه در نظر گرفته شده است. همان‌طور که دیده می‌شود استفاده از مدل اولیه منتج شده از اطلاعات گمانه‌ای منجر به برآورد مدلی نزدیک‌تر به واقعیت زمین می‌شود. همچنین در رابطه با مدل مقاومت ویژه منطقه بورکم مشاهده می‌شود که استفاده از مدل اولیه حاصل از داده‌های حفاری باعث شناسایی لایه شیلی و رسی به صورت یک لایه مجزا در ژرفای ۲۳ متر تا ۳۲ متر می‌شود (شکل ۱۳- الف، خط چین سبز) هرچند به دلیل تفکیک‌پذیری پایین داده‌ها امکان افتراق مرز لایه شیلی و رسی از یکدیگر در این ژرفا وجود ندارد. این مشکل در ژرفاهای پایین‌تر نیز وجود دارد به طوری که مدل مقاومت ویژه امکان برآورد لایه در ژرفای ۴۵ متر تا حدود ۶۰ متر را ندارد؛ جایی که به دلیل وجود میان‌لایه‌هایی از رس و ماسه و همچنین تفکیک‌پذیری پایین داده‌ها امکان تعیین این لایه وجود ندارد و این لایه با لایه ماسه‌ای در ژرفای پایین‌تر از ۶۰ متر (آبخوان شور سوم) به صورت یک لایه برآورد می‌شود.

را شاهد بود. این منطقه دارای پنج لایه با دو آبخوان ماسه‌سنگی است. تک تک لایه‌ها با تباین خوب و دقت مناسب تفکیک شده‌اند و با گمانه حفاری همخوانی دارند. بر اساس وارون‌سازی هموار، مقادیر مقاومت ویژه به ترتیب، ۸۰۱، ۶۳، ۷۱۶، ۲۳ و ۳۳۴ اهم‌متر است. بر اساس وارون‌سازی بلوکی و مقایسه با گمانه حفاری، ابتدا یک رولایه ماسه‌سنگی وجود دارد که مقاومت ویژه حدود ۶۸۴ اهم‌متر دارد. سپس سطح ایستابی آبخوان از ژرفای ۵ متر شروع می‌شود و در لایه ماسه‌سنگی است و مقاومت ویژه آن ۸۵ اهم‌متر است. لایه بین آبخوان دوم و سوم از جنس گراول است و از ژرفای حدود ۱۳ متر شروع شده و حدود ۲۶ متر ستبراً دارد و مقاومت ویژه ۴۹۶ اهم‌متر را نشان می‌دهد. سطح ایستابی آبخوان دوم از ژرفای ۳۴ متر است و مقاومت ویژه کمتری نسبت به آبخوان اول دارد که احتمالاً حاکی از ریزدانه‌تر بودن ماسه‌سنگ است و مقاومت ویژه آن ۵۴ اهم‌متر است. در نهایت لایه گراول-کنگلومرایی قرار دارد که از ژرفای حدود ۷۳ متر قرار گرفته است و تا ژرفای ۱۰۰ متری توسط گمانه از این جنس بوده است و مقاومت ویژه ۸۱ اهم‌متر دارد. اطلاعات این داده در جدول ۴ خلاصه شده است.

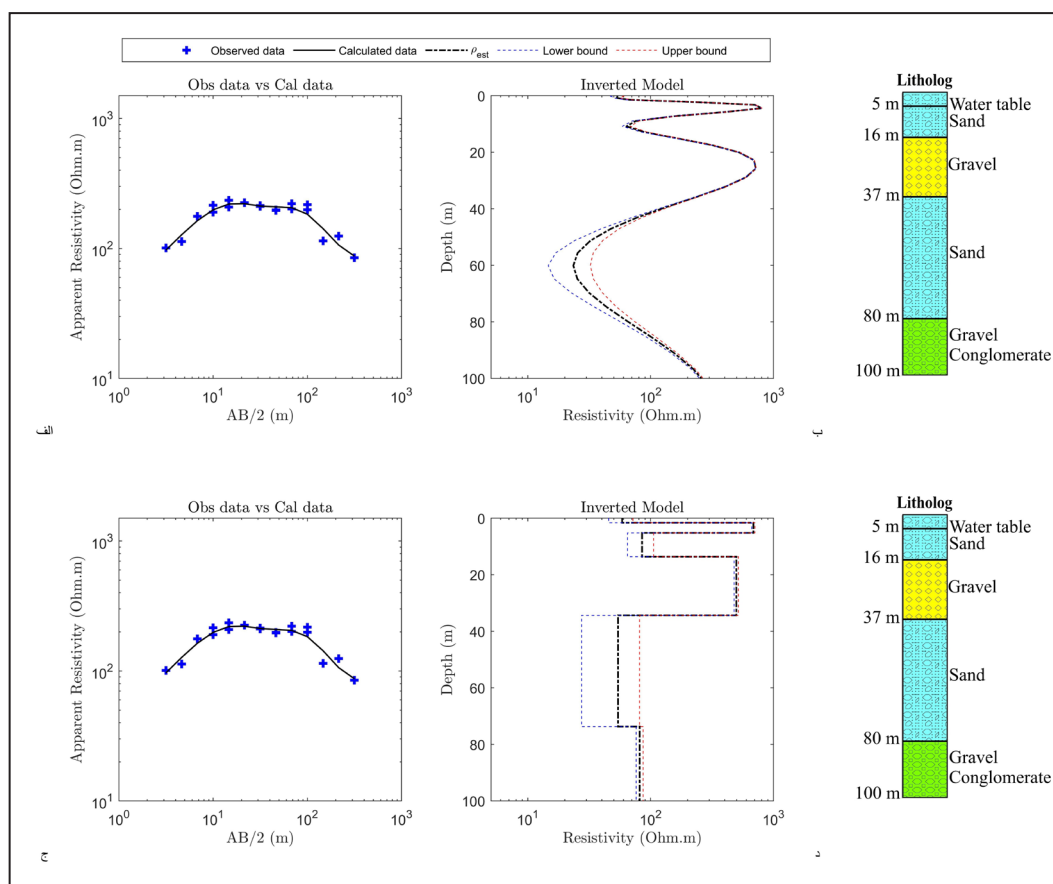
جهت مقایسه دو خروجی حاصل از وارون‌سازی با مقدار اولیه حاصل از تکنیک مشتق دوم منحنی تجمعی مقاومت ویژه (خط چین مشکی) و با مقدار اولیه



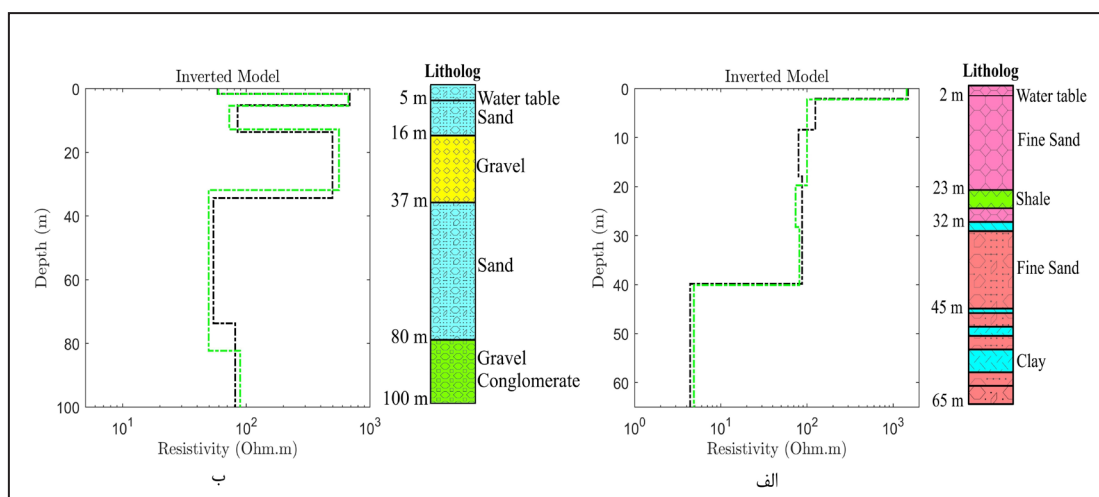
شکل ۱۱- موقعیت مکانی روستای عرب‌آباد در استان البرز.

جدول ۴- مقادیر متغیرهای مدل داده روستای عرب‌آباد بر اساس وارون‌سازی بلوکی و انطباق آن با گمانه حفاری.

سنگ‌شناسی	ژرفا (متر)	ستبراً (متر)	مقاومت ویژه (اهم‌متر)	لایه
ماسه‌سنگ	۰	۵	۶۸۴	۱
ماسه‌سنگ	۵	۸	۸۵	۲
گراول	۱۳	۲۱	۴۹۶	۳
ماسه‌سنگ	۳۴	۳۹	۵۴	۴
گراول، کنگلومرا	۷۳	نیم‌فضا	۸۱	۵



شکل ۱۲- داده روستای عرب‌آباد. الف) داده‌های مقاومت ویژه ظاهری در فواصل الکترودی مختلف؛ ب) وارون‌سازی هموار، تغییرات مقاومت ویژه واقعی و مقاومت ویژه برآوردی نسبت به ژرفا؛ ج) داده‌های مقاومت ویژه ظاهری در فواصل الکترودی مختلف؛ د) وارون‌سازی بلوکی، تغییرات مقاومت ویژه واقعی و مقاومت ویژه برآوردی نسبت به ژرفا. داده مشاهده‌ای (علامت مثبت آبی)، داده محاسبه‌ای (خط مشکی)، مدل مقاومت ویژه واقعی (خط سبز) و مدل مقاومت ویژه منتج‌شده از وارون‌سازی (خط چین مشکی)، کران بالا (خط چین قرمز) و کران پایین (خط چین آبی).



شکل ۱۳- مقایسه نتایج وارون‌سازی بلوکی با استفاده از مدل اولیه منتج‌شده از مشتق دوم منحنی تجمعی مقاومت ویژه (خط چین مشکی) و مدل اولیه حاصل از گمانه حفاری (خط-چین سبز). الف) داده جزیره بورکم و ب) داده روستای عرب‌آباد.

۴- نتیجه‌گیری

مسئله وارون داده‌های VES مانند بیشتر مسائل وارون ژئوفیزیکی به صورت غیرخطی فرمول‌بندی می‌شود. در این شرایط باید بین چندین کمینه محلی و از طریق کمینه کردن تابع هدف، به بهترین برازش و پاسخ مناسب دست یافت. همان طور که پیش‌تر توضیح داده شد، برای حل مسئله وارون باید ابتدا محیط گسسته‌سازی شود. در این نوشتار، الگوریتم‌های وارون داده‌های سونداژ الکتریکی برای دو حالت گسسته‌سازی نوشته شده‌اند؛ که منجر به مدل‌های هموار و بلوکی از تغییرات مقاومت ویژه الکتریکی لایه‌های زیرسطحی می‌شود. مدل‌های وارون‌شده در چارچوب گسسته‌سازی هموار نسبت به وارون‌سازی بلوکی به دلیل این که تنها توزیع مقاومت ویژه لایه‌ها به عنوان متغیرهای مجهول هستند، عدم قطعیت کمتری دارند. همچنین وارون‌سازی هموار، حساسیت کمتری نسبت به مدل اولیه دارد ولی از طریق این روش نمی‌توان مرز لایه‌های زیرسطحی را به صورت دقیق مشخص کرد. در الگوریتم وارون‌سازی بلوکی به دلیل این که دو نوع متغیر مدل یعنی مقاومت ویژه و ستبرا برآورد می‌شود، مسئله به مدل اولیه حساسیت بیشتری دارد و مدل‌های حاصل، عدم قطعیت بالاتری دارند ولی از طرفی مرز لایه دقیق‌تر تعیین می‌شود. با توجه به حساسیت بیشتر وارون‌سازی بلوکی به مدل اولیه، روشی بر مبنای مشتق دوم مقاومت ویژه تجمعی به منظور برآورد مدل شروع‌کننده الگوریتم وارون ارائه شد. دقت و

کارایی الگوریتم‌های پیشنهادی در ابتدا بر روی مدل‌های شبیه‌سازی شده شامل زمین سه لایه متشکل از یک آبخوان و زمین پنج لایه حاوی دو آبخوان مورد ارزیابی قرار گرفتند. مقادیر مقاومت ویژه و ستبرای مدل‌های شبیه‌سازی شده برای تولید داده‌ها نزدیک به واقعیت زمین در نظر گرفته شده است. با مقایسه حل وارون‌سازی هموار و وارون‌سازی بلوکی، تطابق خوبی بین مدل‌های واقعی و مدل‌های وارون‌شده دیده می‌شود. سپس این الگوریتم‌ها بر روی دو داده واقعی از جزیره بورکم در شمال باختری آلمان و عرب‌آباد در استان البرز ایران با شرایط زمین‌شناسی متفاوت اعمال شدند. همچنین به منظور صحت‌سنجی نتایج وارون‌سازی در هر دو داده صحرایی از اطلاعات سنگ‌شناسی به دست آمده از گمانه‌های حفر شده در نزدیکی سونداژهای الکتریکی استفاده شد. مقایسه مدل‌های حاصل از الگوریتم‌های وارون‌سازی نشان داد که نیمرخ مقاومت ویژه برآوردی انطباق مناسبی با شرایط زمین‌شناسی محیط زیرسطحی در هر دو محل مورد مطالعه دارد. از طرفی در بسیاری از موارد انتخاب مدل اولیه (تعداد و ستبرای لایه‌ها) در وارون‌سازی بلوکی به دلیل نبود دسترسی به شرایط سنگ‌شناسی منطقه غیرممکن است، به همین دلیل در این نوشتار از نتایج مدل هموار و با استفاده از رهیافت مشتق دوم مقاومت ویژه تجمعی تعداد و ستبرای لایه‌های مدل اولیه برای وارون‌سازی بلوکی بهره گرفته شد.

References

- Adabanija, M.A., Omidiora, E.O., and Olayinka, A.I., 2008. Fuzzy logic modeling of the resistivity parameter and topography features for aquifer assessment in hydrogeological investigation of a crystalline basement complex. *Hydrogeology Journal*, 16(3), 461-481.
- Akca, İ., Günther, T., Müller-Petke, M., Başokur, A.T., and Yaramanci, U., 2014. Joint parameter estimation from magnetic resonance and vertical electric soundings using a multi-objective genetic algorithm. *Geophysical Prospecting*, 62(2), 364-376. <https://doi.org/10.1111/1365-2478.12082>.
- Aster, R.C., Borchers, B., and Thurber, C.H., 2018. *Parameter estimation and inverse problems*. Elsevier. 315 p.
- Benning, M., and Burger, M., 2018. Modern regularization methods for inverse problems. *Acta Numerica*, 27, 1-111. <https://doi.org/10.1017/S0962492918000016>.
- Faridi, R. and Ghanati, R., 2020. Nonlinear Unconstrained Inversion of Geomagnetic Data Using Sub-Problem Trust-Region Algorithm. *Iranian Journal of Geophysics*, 14(3), pp.85-103.
- Ghanati, R., and Müller-Petke, M., 2021. A homotopy continuation inversion of geoelectrical sounding data. *Journal of Applied Geophysics*, 191, 104356. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2021.104356>.
- Ghanati, R., Hafizi, M.K., Mahmoudvand, R., and Fallahsafari, M., 2016. Filtering and parameter estimation of surface-NMR data using singular spectrum analysis. *Journal of Applied Geophysics*, 130, 118-130. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2016.04.005>.
- Ghosh, D.P., 1971. Inverse filter coefficients for the computation of apparent resistivity standard curves for a horizontally stratified earth. *Geophysical prospecting*, 19(4), 769-775. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1971.tb00915.x>.
- Grodzevich, O., and Wolkowicz, H., 2009. Regularization using a parameterized trust region subproblem. *Mathematical Programming*, 116(1), 193-220.
- Günther, T., and Müller-Petke, M., 2012. Hydraulic properties at the North Sea island of Borkum derived from joint inversion of magnetic resonance and electrical resistivity soundings. *Hydrology and Earth System Sciences*, 16(9), 3279-3291. <https://doi.org/10.5194/hess-16-3279-2012>.
- Juanatey, M., 2007. Joint inversion of Direct Current (DC) and Radio-magnetotelluric (RMT) data, PhD thesis, Uppsala University, Sweden, 105 p.
- Kumar, D., Ahmed, S., Krishnamurthy, N.S., and Dewandel, B., 2007. Reducing ambiguities in vertical electrical sounding interpretations: A geostatistical application. *Journal of Applied Geophysics*, 62(1), 16-32. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2006.07.001>.
- Maiti, S., Gupta, G., Erram, V.C., and Tiwari, R.K., 2011. Inversion of Schlumberger resistivity sounding data from the critically dynamic Koyna region using the Hybrid Monte Carlo-based neural network approach. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 18(2), 179-192. <https://doi.org/10.5194/npg-18-179-2011>.
- Maiti, S., Erram, V.C., Gupta, G., and Tiwari, R.K., 2012. ANN based inversion of DC resistivity data for groundwater exploration in hard rock terrain of western Maharashtra (India). *Journal of Hydrology*, 464, 294-308. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.07.020>.
- Malinverno, A., 2002. Parsimonious Bayesian Markov chain Monte Carlo inversion in a nonlinear geophysical problem. *Geophysical Journal International*, 151(3), 675-688.
- Muiuane, E.A., and Pedersen, L.B., 2001. 1D inversion of DC resistivity data using a quality-based truncated SVD. *Geophysical prospecting*, 49(4), 387-394. <https://doi.org/10.1046/j.1365-2478.2001.00264.x>.
- Nocedal, J. and Wright, S.J. eds., 1999. *Numerical optimization*. New York, NY: Springer New York.
- Nosakare Ogunbo, J., 2018. MATLAB code for data-driven initial model of 1D Schlumberger sounding curve. *Geophysics*, 83(2), F21-F28. <https://doi.org/10.1190/geo2016-0631.1>.
- Parasnis, D.S., 2012. *Principles of applied geophysics*. Springer Science & Business Media. 301 p.
- Piatti, C., Boiero, D., Godio, A., and Socco, L.V., 2010. Improved Monte Carlo 1D inversion of vertical electrical sounding and time-domain electromagnetic data. *Near Surface Geophysics*, 8(2), 117-133. <https://doi.org/10.3997/1873-0604.2009055>.
- Scales, J.A., and Tenorio, L., 2001. Prior information and uncertainty in inverse problems. *Geophysics*, 66(2), 389-397. <https://doi.org/10.1190/1.1444930>.
- Schott, J.J., Roussignol, M., Menvielle, M., and Nomenjahanary, F.R., 1999. Bayesian inversion with Markov chains-II. The one-dimensional DC multilayer case. *Geophysical Journal International*, 138(3), 769-783. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246x.1999.00905.x>.

- Sharma, S.P., and Kaikkonen, P., 1999. Appraisal of equivalence and suppression problems in 1D EM and DC measurements using global optimization and joint inversion. *Geophysical prospecting*, 47(2), 219-249. <https://doi.org/10.1046/j.1365-2478.1999.00121.x>.
- Snieder, R., 1998. The role of nonlinearity in inverse problems. *Inverse problems*, 14(3), 387 p.
- Awad Sultan, S., and Monteiro Santos, F.A., 2008. 1D and 3D resistivity inversions for geotechnical investigation. *Journal of Geophysics and Engineering*, 5(1), 1-11. <https://doi.org/10.1088/1742-2132/5/1/001>.
- Wang, Y., and Yuan, Y., 2005. Convergence and regularity of trust region methods for nonlinear ill-posed inverse problems. *Inverse problems*, 21(3), 821 p. <https://doi.org/10.1088/0266-5611/21/3/003>.
- Watzonig, D., 2007. Bayesian inference for inverse problems—statistical inversion. *Elektrotech. Inftech*, 124(7), 240-247. <https://doi.org/10.1007/s00502-007-0449-0>.
- Ou, Y., Zhou, Q., and Lin, H., 2009. An ODE-based trust region method for unconstrained optimization problems. *Journal of Computational and Applied mathematics*, 232(2), 318-326. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2009.06.012>.
- Zhang, H., Li, X., Song, H., and Liu, S., 2015. An adaptive subspace trust-region method for frequency-domain seismic full waveform inversion. *Computers & Geosciences*, 78, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2015.02.007>.

Original Research Paper

Investigation of Smooth and Block Inversion Characteristics of Electrical Resistivity Data

Zahra Tafaghod Khabaz¹ and Reza Ghanati^{1*}

¹Earth Physics Department, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 2021 December 15

Accepted: 2022 March 12

Available online: 2022 December 22

Keywords:

Nonlinear inversion

Vertical Electrical Sounding (VES)

Smooth inversion

Block inversion

Line search

ABSTRACT

Inversion modeling of Vertical Electrical Sounding (VES) data is formulated as a nonlinear problem and solved using multiple depth layers of fixed boundary and a few depth layers of the variable boundary. The model parameters in Smooth inversion are only the resistivity values. However, in the block inversion, the thickness of each layer is also added to the model parameters. Due to the non-linearity of the inverse problem, the determination of an appropriate initial model is very significant. A technique has been adopted to estimate a proper starting model for the block inversion strategy. Thus, from the solution of the smooth inversion, the second derivative of cumulative resistivity is calculated, then using the difference of turning points, the initial values of the model parameters are determined. The proposed algorithms are first tested on data derived from two artificial models and then implemented on two real data sets. The numerical experiments demonstrate that the smooth inversion of the geo-electrical sounding data due to less dependency on the initial model confronts fewer challenges proportional to the block inversion strategy. However, in the case of block inversion, an appropriate choice of the initial model makes it possible to determine the boundaries of the layers with more certainty.

* Corresponding author: Reza Ghanati; E-mail: rghanati@ut.ac.ir

E-ISSN: 2645-4963; Copyright©2021 G.S. Journal & the authors. All rights reserved.

doi: 10.22071/GSJ.2022.319630.1962

dor: 20.1001.1.10237429.1401.32.4.8.4



This is an open access article under the by-nc/4.0/ License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)