

# تعیین طول فسیل اپیتریس اگزانیکا (*Epithyris Exanica*) به وسیله مدل سازی ریاضی

نوشته: اردلان میرزایی \*

Mathematical approach to the length measurement of *Epithyris exanica*

By : A. Mirzaie \*

## چکیده

در این مقاله با داده‌های موجود در مورد فسیل اپیتریس اگزانیکا و با داشتن عرض کفه شکمی، طول کفه شکمی را به کمک روش‌های ریاضی- آماری تخمین می‌زنیم. برای این کار مدلی ارائه داده می‌شود که ارتباط بین طول و عرض کفه شکمی را مشخص می‌سازد سپس به آزمایش مدل پرداخته و احتمال درستی جواب‌ها را تعیین و پس از آن درصد اطمینان به مدل و وابستگی طول به عرض کفه شکمی مشخص می‌شود. با به کارگیری مدل موجود اندازه طول کفه شکمی اپیتریس اگزانیکا با عرض کفه شکمی ۱۹/۵ میلی‌متر، شماری برابر ۲۱/۸۶ میلی‌متر خواهد بود این مدل را می‌توان برای مقادیر اپیتریس اگزانیکاهایی که عرض کفه شکمی آن‌ها در دست باشد به کاربرد.

## Abstract

Having necessary data about the fossil *Epithyris exanica*, particularly the breadth of the pedicle valve, then we may proceed using statistical- mathematical methods for the length estimation of the pedicle valve. Thus, for this purpose a model is propounded, which will elucidate the relationship between the width and the length of the pedicle valve. Then, we test the model, as well as determining the probability of correctness of the answers. Subsequently, we determine the percentage reliability of the model and the dependence of the length to breadth of the pedicle valve.

The model is used for measuring the length of *Epithyris exanica* with pedicle valve width about 19.5 (mm) and the result will be about 21.86 (mm). This model can be used for those kind of *Epithyris exanica* which have their width of pedicle valve known.

## مقدمه

در انتهای نوشتار این نظریه از دیدگاه ریاضی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

## تعیین مدل ریاضی

فسیل اپیتریس اگزانیکا بازو پایی از دوره ژوراسیک است. جدول ۱ اندازه طول و عرض کفه شکمی اپیتریس اگزانیکا را که بوسیله Moroney (1951) جمع آوری شده است نشان می‌دهد. اطلاعات جدول ۱ با این فرض که محور افقی نشانگر محور اندازه عرض کفه شکمی با متغیر  $x$  و محور عمودی به عنوان اندازه طول کفه شکمی  $y$  هستند در شکل ۱ نشان داده شده است. همان طور که از شکل برمی‌آید ارتباط بین دو متغیر  $x$  و  $y$  خطی است. بنابراین فرض کنیم

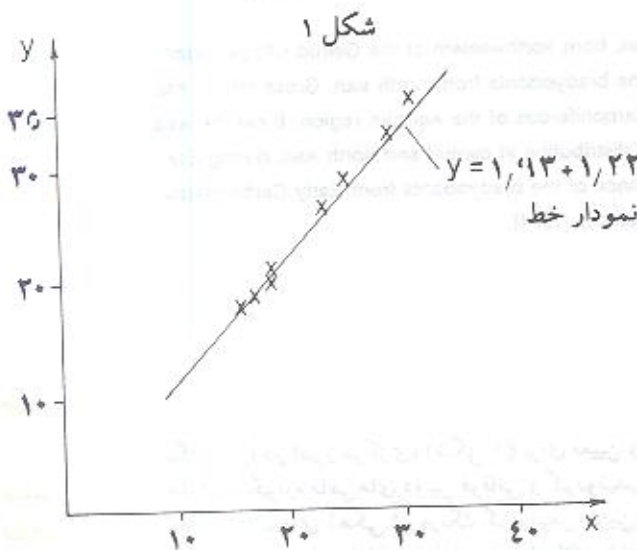
مدل سازی ریاضی یکی از شاخه‌های ریاضی است که کاربرد وسیعی در علوم مختلف دارد. زمین‌شناسی یکی از علوم است که کاربرد وسیع ریاضی در آن مشهود بوده و پیوندی ژرف بین این دو وجود دارد. گاهی اوقات ممکن است به فسیل‌هایی برخورد کنیم که به هنگام نمونه‌برداری یا بر اثر عوامل دیگر قسمتی از طول بدن آن‌ها از بین رفته باشد ولی می‌توان عرض کفه شکمی را اندازه گرفت. اکنون با کاربرد ریاضی امکان اندازه طول فسیل وجود دارد. اگر اطلاعات درستی از طول و عرض فسیل‌هایی که در گذشته به دست آمده‌اند داشته باشیم می‌توان با داشتن اندازه عرض آن‌ها طول آن را برآورد نمود. در این مدل فرض بر این است که طول و عرض بدنی فسیل‌ها با هم ارتباط دارند. ولی باید توجه داشت که این تنها یک نظریه است و

میزان ۹۹٪ به هم وابسته هستند بنابراین صحت نظریه فوق تا حد ۹۹٪ خواهد بود.

یک خواننده ریزبین به این نکته توجه دارد که خطای اندازه‌گیری طول و عرض کفه شکمی در فرمول وارد نشده است. دومین خطای موجود در فرمول مربوط به استفاده از روش L.S. است. برای درک بیشتر این روش نمودار خط  $y = -1/93 + 1/22x$  در شکل ۱ رسم شده و دیده می‌شود هر چند این خط از تمامی نقاط مربوطه عبور نکرده و خط‌هایی را نشان می‌دهد با این حال این روش کمترین خطاها را به دنبال خواهد داشت.

جدول ۱- ابعاد فسیل اپیتریس اگزانیکا (Moroney 1951)

طول کفه شکمی / میلی‌متر	عرض کفه شکمی / میلی‌متر
۱۸	۱۶
۱۹	۱۷
۲۰	۱۹
۲۱/۵	۱۹
۲۶/۵	۲۳/۵
۲۹	۲۵
۳۳/۵	۲۹
۳۶	۳۱



طول کفه شکمی به طور خطی وابسته به عرض کفه شکمی است، یعنی  $y = a + bx$  (۱) و اکنون می‌بایست به یافتن پارامترهای  $b, a$  پرداخت. ضرائب  $b, a$  را به روش حداقل مربعات (L.S) بدست می‌آوریم. این کار با جای‌گذاری مقادیر جدول (۱) و با حل هم‌زمان دستگاه دو معادله و دو مجهول زیر امکان پذیر است.

$$\bar{y} = a + b\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i - a \sum_{i=1}^n x_i - b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

که در آن  $x$  و  $y$  به ترتیب میانگین  $x$ ها و  $y$ ها هستند. در این صورت:  $a = -1/93$  و  $b = 1/22$  که با قرار دادن مقادیر به دست آمده در معادله (۱) خواهیم داشت:

$$y = -1/93 + 1/22x \quad (2)$$

در نتیجه طول کفه شکمی اپیتریس اگزانیکا برابر است با عرض کفه شکمی در  $1/22$  منهای  $1/93$ . ابتدا فرمول (۲) را برای  $x = 23/5$  آزمایش می‌کنیم و بدست می‌آوریم  $y = 26/74$  که با مقدار واقعی مشاهده شده  $24$  اختلاف دارد بنابراین خطای حاصل از این فرمول برای مقدار  $x = 23/5$  تقریباً ۱٪ است.

بیشترین خطای فرمول مربوط به  $x = 25$  می‌باشد با جای‌گذاری  $x = 25$  در فرمول بدست می‌آوریم  $y = 28/57$  که از لحاظ قدر مطلق  $1/57$  میلی‌متر با مقدار واقعی اختلاف دارد بنابراین حداکثر خطای حاصل از فرمول تقریباً ۵٪ است.

## استفاده از مدل

فرض کنیم به هنگام نمونه‌برداری یک فسیل از نوع اپیتریس اگزانیکا طول آن به مقدار قابل توجهی از بین رفته باشد ولی عرض کفه شکمی آن برابر  $19/5$  میلی‌متر اندازه‌گیری شده است. با جای‌گذاری مقدار فوق در فرمول (۲) طول کفه شکمی مربوط به فسیل مذکور  $21/86$  میلی‌متر است. این مقدار با احتمال ۵٪ درست است.

اکنون به کاربرد مهم دیگری از فرمول (۲) می‌رسیم و به این سوال پاسخ می‌دهیم که آیا: طول کفه شکمی به عرض کفه شکمی به عنوان دو متغیر در فسیل اپیتریس اگزانیکا به چه میزان به هم وابسته است؟ یا اصولاً وابسته هستند یا خیر؟ به این ترتیب نظریه وابستگی طول به عرض کفه شکمی را از طریق ریاضی مورد آزمون قرار می‌دهیم (Edwards and Hamson, 1989).

با محاسبه ضریب همبستگی  $r$  برای دو متغیر طول و عرض کفه شکمی به دست می‌آوریم  $r = 0.99$  به این معنا که دو متغیر مذکور به

## References

- Moroney, M. J., 1951- Facts from figures. Harmond swarth, pochguin.  
 Glass, J. C., 1980- An Introduction to Mathematical Methods in Economics. Mc Graw- Hill.  
 Edwards, D., and Hamson, M., 1989- Guide to Mathematical Modelling, Mc Millan.

\* دانشگاه پیام نور- دوره‌های فراگیر

\* University of Payam-e-Noor