

Original Research Paper

Separation of Lithium anomalies using multivariate and Fractal methods: A case study of Hamedan, Iran

Arash Dalvand¹, Seyed Hassan Tabatabaei^{1*}, and Farhad Goudarzi¹

¹ Department of Mining Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 2025 December 19

Accepted: 2026 August 17

Available online: 2026 September 23

Keywords:

Lithium

Stream sediments

Pegmatite

C–A fractal method

Sequential Factor Analysis

GMPI

ABSTRACT

Lithium, as one of the strategic and critical elements in battery manufacturing industries and clean energy technologies, holds considerable economic and strategic importance. The aim of this research is to identify areas prospective for lithium mineralization in a part of the Sanandaj–Sirjan zone (the 1:100,000 Hamadan sheet) using geochemical stream sediments data. Due to its complex tectonic history and high diversity of rocks, this region possesses suitable potential for lithium mineralization. In this research, the geochemical data were first pre-processed and then processed and interpreted using a combined approach including area-weighted averaging based on lithological units, dilution correction, Sequential Factor Analysis (SFA), the Geochemical Mapping Prospectivity Index (GMPI), and Concentration–Area fractal modeling. Comparison of the results showed that the C–A fractal method is better in accurately separating lithium geochemical anomalies from the background and identifying promising zones than the dilution correction method. The final results indicate that the most important areas with high mineralization potential are concentrated in the western and southwestern parts of the study area and show significant correspondence with pegmatite–granite and cordierite hornfels rock units. This research demonstrates that the use of the catchment basin approach and fractal models has high efficiency in the targeted exploration of lithium.

1. Introduction

Lithium is a strategic element for modern energy technologies, with global demand growing rapidly and projected supply deficits persisting despite recycling efforts. Exploration is the essential first step in the supply chain, and geochemical methods—particularly stream sediment surveys—have proven more efficient than remote sensing or geophysics alone for identifying lithium anomalies. Multivariate statistical techniques (such as PCA and SFA) are

widely used to reduce data dimensionality and identify elemental associations, but they rely on normal-distribution assumptions and fail to capture the complex, non-linear spatial distribution of elements. Fractal models, especially the Concentration–Area method, overcome this limitation by utilizing the inherent self-similarity of data to accurately separate anomalies from background. Consequently, integrating multivariate analysis with

* Corresponding author: Seyed Hassan Tabatabaei; Email: tabatabaei@iut.ac.ir

Citation:

Dalvand, A., Tabatabaei, S. H., and Goudarzi, F., 2026. Separation of Lithium anomalies using multivariate and Fractal methods: A case study of Hamedan, Iran. Scientific Quarterly Journal of Geosciences, 36(3), 141, 103-118. <https://doi.org/10.22071/gsj.2026.567347.2240>.

E-ISSN: 2645-4963; Copyright©2021 G.S. Journal & the authors. All rights reserved.

doi: 10.22071/gsj.2026.567347.2240

 dor: 20.1001.1.10237429.1405.36.3.5.7



This is an open access article under the by-nc/4.0/ License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

fractal modeling has become an effective contemporary approach for exploring rare metals like lithium. This study focuses on the 1:100,000 Hamadan sheet within the Sanandaj–Sirjan zone, an area with complex geology and diverse igneous/metamorphic rocks, making it highly prospective for lithium mineralization. The objective is to evaluate lithium dispersion patterns in stream sediments and compare the performance of area-weighted averaging, dilution correction, SFA, GMPI, and C–A fractal modeling to precisely identify high-priority exploration targets.

The study area, the 1:100,000 Hamadan sheet in western Iran, which is part of the active Sanandaj–Sirjan Zone, is located at the boundary between the central side of Iran and the Zagros zones. This region exhibits a complex and diverse geological history, comprising sedimentary, metamorphic, and igneous rock units. However, intense metamorphism and structural deformations have complicated the precise dating of the stratigraphic sequences. Geomorphologically, the Hamadan region is divided into four main units: the Alwand metamorphic and plutonic mountain ranges in the western and southwestern sectors; the phyllite and schist rocks in the central part; the Cretaceous limestone mountains bordering the semi-eastern plains; and the northern-eastern plains in the lowest elevations of the region.

2. Research methodology

This study utilizes geochemical data from stream sediment samples of the 1:100,000 Hamadan map sheet, comprising 761 samples with grain sizes smaller than 80 mesh. These samples were collected by the Geological Survey and Mineral Exploration of Iran (GSI) and analyzed for 48 elements using ICP-OES. The raw data exhibit significant normal and skewed distribution, which is confirmed by normalized histograms.

2.1. Basin sample method

Each stream sediment sample is considered representative of the geochemical composition of its upstream drainage basin. The weighted mean concentration of the elements in each basin is calculated by accounting for the area of lithological units, yielding the local background concentration (C'_i). Geochemical residuals ($R_i = C_i - C'_i$) are used to identify enrichment anomalies.

2.2. Dilution correction

The dilution effect along river systems is corrected using the Hawkes model and the Bonham-Carter model. The proposed equations (Equations 3 to 6) are applied to compute the corrected concentration (C_m) and the anomaly ranking index (R_a).

2.3. Concentration–Area Fractal Modeling

Based on $A(\rho) \propto \rho^{(1-D)}$, the fractal dimension (D) is determined by

using a logarithmic plot of Cumulative Area versus concentration and calculating the slope of the fitted line. Breaking (yield) points in this plot indicate transitions between different element distribution communities.

2.4. Stepwise Factor Analysis (SFA) and Geochemical Mineral Potential Index (GMPI)

This method sequentially separates geochemical data from lithological background and noise. Significant factors are scaled from 0 to 1 using sigmoidal fuzzy functions, and the GMPI is developed to assess mineral potential in the study area. This approach enables data comparison, reduces the influence of outliers, and facilitates interpretation of multivariate geochemical data.

3. Results and discussions

Raw data were preprocessed by removing outliers using the Doublet Outlier Removal (DOR) method and employing simple substitution for data points exceeding 20% beyond the range. Subsequently, element concentrations within each catchment basin were calculated using weighted averaging, based on the area of lithological units (Table 2). Residual geochemical values, e.g., difference between measured and background concentrations, were utilized to identify enrichment anomalies.

3.1. Dilution correction

Considering the power-law dilution model (Equation 8), corrected concentrations (C_m) were calculated for 0, 0.25, and 0.5 dilution factors. Lithium density normalization data presented in Table 3 indicates a significant influence of dilution on anomaly signals. Statistical thresholds were established using the Median Absolute Deviation (MAD) method for anomaly identification (Figure 4).

3.2. Fractional Factor Analysis Model

The logarithmic concentration-area plot for lithium (Figure 5) revealed six distinct populations and five threshold levels (Table 4), enabling the identification of areas with differentiated enrichments. The final geochemical map (Figure 6) demonstrates that areas with elevated lithium concentrations are concentrated within basins overlapping with host lithological units.

3.3. Stepwise Factor Analysis and GMPI

A stepwise factor analysis (SFA) was applied to 11 selected elements (Sn, V, Be, Ga, In, Li, Rb, Al, Cs, K, and Tl) with a KMO value of 0.914, using a factor loading threshold of >0.6 (Fyzollahi et al., 2018; Koohzadi et al., 2021). The analysis extracted one principal component with an eigenvalue of 8.045, explaining 73.14% of the total variance, while all 11 elements exhibited loadings above 0.75, indicating strong inter-element correlations

and a shared magmatic–metamorphic origin linked to peraluminous S-type granites and pegmatites of the Alvand batholith. The derived Geochemical Mapping Prospectivity Index (GMPI) map (scaled 0–1) successfully highlighted high-potential zones mainly in the western and southwestern parts, which coincide remarkably with pegmatite-granite and cordierite hornfels lithological units (Table 2, Fig. 6). This spatial consistency, along with close agreement with fractal anomaly patterns, confirms that the SFA and GMPI approach effectively discriminates Li-associated pathfinder elements and delineates prospective mineralization targets with high reliability.

4. Conclusion

Based on basin processing and stream sediment data, areas with high mineral potential are predominantly located in the western and southwestern regions of the Hamadan province, overlapping with known mineralization. Stepwise factor analysis revealed a strong

correlation among the elements Ga, Sn, V, Be, In, Li, Rb, Al, Cs, K, and Tl, indicating the significant role of granitic-pegmatitic rocks in lithium mineralization. The spatial distribution of these rocks correlates significantly with the distribution of lithium anomalies, particularly in the western parts, confirming their key role in the formation of mineral deposits. The dilution correction method is highly dependent on basin area and can lead to inaccurate estimation of anomaly concentrations in large basins with high lithological diversity. The assumption of a small source area relative to the basin is often not valid in reality, resulting in significant errors in calculations. Areas exhibiting lithium anomalies but lacking known mineral occurrences have been identified as promising targets. Further studies, including more detailed reconnaissance, field visits, and geochemical sampling, are recommended to assess their mineral potential. The concentration-area fractal method is proposed as a suitable alternative to the dilution correction method.

جدایش بی‌هنجاری‌های لیتیم با استفاده از روش‌های چندمتغیره و فرکتال: مطالعه موردی همدان، ایران

آرش دالوند^۱، سید حسن طباطبایی^{۱*} و فرهاد گودرزی^۱^۱ دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

چکیده

لیتیم به‌عنوان یکی از عناصر راهبردی و حیاتی در صنایع باتری‌سازی و فناوری‌های انرژی پاک، از اهمیت اقتصادی و استراتژیک بالایی برخوردار است. هدف این پژوهش، شناسایی مناطق مستعد کانی‌سازی لیتیم در بخشی از پهنه سندج-سیرجان (برگه ۱:۱۰۰۰۰۰۰ همدان) با استفاده از داده‌های ژئوشیمیایی رسوبات آبراهه‌ای است. این منطقه به‌دلیل پیشینه زمین‌ساختی پیچیده و تنوع بالای سنگ‌های آذرین، دگرگونی و رسوبی، از پتانسیل مناسبی برای کانی‌سازی لیتیم برخوردار است. در این پژوهش، داده‌های ژئوشیمیایی ابتدا پیش‌پردازش شده و سپس با استفاده از رویکردی ترکیبی شامل میانگین وزنی بر اساس مساحت واحدهای سنگ‌شناسی، تصحیح رقیق‌شدگی، تحلیل عاملی مرحله‌ای، شاخص چشم‌انداز نقشه‌برداری ژئوشیمیایی و مدل‌سازی فرکتالی عیار-مساحت مورد پردازش و تفسیر قرار گرفتند. مقایسه نتایج نشان داد که روش فرکتالی عیار-مساحت در تفکیک دقیق بی‌هنجاری‌های ژئوشیمیایی لیتیم از زمینه و شناسایی پهنه‌های امیدبخش، عملکرد بهتری نسبت به روش تصحیح رقیق‌شدگی دارد. نتایج نهایی گویای آن است که مهم‌ترین مناطق با پتانسیل بالای کانی‌سازی در بخش‌های باختری و جنوب‌باختری منطقه مورد مطالعه متمرکز شده‌اند و با واحدهای سنگی پگماتیت-گرانیت و کوردیریت هورنفلس همخوانی شایان توجهی دارند. این پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از رویکرد حوضه‌های آبریز و مدل‌های فرکتالی در بررسی ژئوشیمیایی رسوبات آبراهه‌ای کارایی بالایی در اکتشاف هدفمند لیتیم دارد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۹/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۵/۲۶

تاریخ انتشار: ۱۴۰۵/۰۷/۰۱

کلیدواژه‌ها:

لیتیم

رسوبات آبراهه‌ای

پگماتیت

روش فرکتالی عیار - مساحت

تحلیل عاملی مرحله‌ای

شاخص چشم‌انداز نقشه‌برداری ژئوشیمیایی

۱- پیش‌نویس

لیتیم به‌عنوان یکی از عناصر راهبردی در اقتصاد مدرن، نقش مهمی در توسعه فناوری‌های نوین ایفا می‌کند. کاربرد گسترده این عنصر در باتری‌های قابل شارژ، خودروهای الکتریکی، سامانه‌های ذخیره‌سازی انرژی و تجهیزات الکترونیکی، موجب افزایش مستمر اهمیت آن شده است (Vikström et al., 2013; Wang et al., 2020). برآوردها نشان می‌دهند که نرخ رشد سالانه تقاضای جهانی لیتیم در سال‌های اخیر بین ۸ تا ۱۱ درصد متغیر بوده است و افزایش تولید خودروهای الکتریکی، مهم‌ترین محرک این رشد به‌شمار می‌آید (Martin et al., 2017; Pan, 2025). برای مثال، میزان مصرف لیتیم در چین طی سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۲۲ از ۰/۶ به ۱۳۲/۶ هزار تن افزایش یافته است که این روند، بیانگر تشدید اهمیت راهبردی این عنصر در مقیاس جهانی است (Li et al., 2024). مطالعات آینده‌نگر نیز گویای آن است که تقاضای سالانه لیتیم در چین تا سال ۲۰۳۵ به ۲۵۲ هزار تن خواهد رسید و شکاف

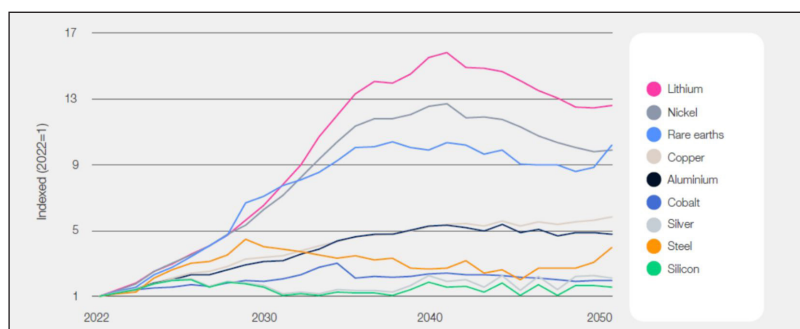
میان عرضه و تقاضا همچنان در حدود ۱۱۰ تا ۱۲۰ هزار تن در سال باقی خواهد ماند (Song et al., 2026).

همچنین، برخی پژوهش‌ها نشان می‌دهند که تقاضای جهانی لیتیم ممکن است تا ۸ برابر تولید سال ۲۰۲۳ افزایش یابد و در نتیجه، برای پاسخ‌گویی به این نیاز، تولید فعلی لیتیم باید تا ۶ برابر افزایش پیدا کند (Maisel et al., 2023). برآوردها گویای آن است که حتی توسعه فناوری‌های بازیافت و بهینه‌سازی مصرف نیز قادر به حذف وابستگی ساختاری به منابع معدنی نخواهد بود (Bajolle et al., 2022). بر این اساس، انتظار می‌رود روند استخراج لیتیم از منابع معدنی در سال‌های آینده شتاب بیشتری گیرد (شکل ۱). در چنین شرایطی، اکتشاف به‌عنوان نخستین حلقه زنجیره تامین لیتیم، اهمیتی انکارناپذیر می‌یابد و شناسایی منابع جدید و ارزیابی دقیق پهنه‌های مستعد کانه‌زایی این عنصر را به ضرورتی گریزناپذیر تبدیل می‌کند.

* نویسنده مسئول: سید حسن طباطبایی؛ E-mail: tabatabaei@iut.ac.ir

ماخذنگاری:

دالوند، آ.، طباطبایی، س. ح.، گودرزی، ف.، ۱۴۰۵، جدایش بی‌هنجاری‌های لیتیم با استفاده از روش‌های چندمتغیره و فرکتال: مطالعه موردی همدان، ایران. فصلنامه علمی علوم زمین، ۳۶(۳)، ۱۴۱-۱۰۳. <https://doi.org/10.22071/gsj.2026.567347.2240>



شکل ۱- رشد تقاضا برای برخی مواد معدنی (Forum, 2023).

Figure 1. Growth for some minerals (Forum, 2023).

با وجود این پیشرفت‌ها، همچنان یک شکاف تحقیقاتی اساسی در رویکردهای متداول اکتشاف وجود دارد: روش‌های آماری چندمتغیره در شناسایی بی‌هنجاری‌های ژئوشیمیایی و کاهش ابعاد داده‌ها، عمدتاً بر پیش‌فرض توزیع بهنجار (نرمال) یا لاگ بهنجار داده‌ها استوار بوده و ماهیت پیچیده، ناهمگن و غیرخطی توزیع فضایی عناصر در طبیعت را نادیده می‌گیرند (Reimann and Filzmoser, 2000)؛ در واقع، الگوهای عیار عناصر ژئوشیمیایی در پوسته زمین بیشتر از خودتشابهی (Self-similarity) و تغییرناپذیری مقیاسی (Scale-invariance) پیروی می‌کنند که با روش‌های آماری کلاسیک قابل تبیین نیست (Cheng et al., 1994)، و از این‌رو در دهه‌های اخیر هندسه فرکتال به‌عنوان ابزاری مکمل برای جدایش بی‌هنجاری از زمینه در اکتشافات ژئوشیمیایی به کار گرفته شده است؛ نخستین و پرکاربردترین این روش‌ها، مدل عیار-مساحت است و بر پایه رابطه توانی میان عیار عنصر و مساحت تجمعی مربوط به آن عیار استوار است، به گونه‌ای که این رابطه در نمودار لگاریتمی به‌صورت چند پاره خط راست ظاهر می‌شود و هر شکست در شیب آن، مرز میان جوامع زمینه، بی‌هنجاری ضعیف و بی‌هنجاری قوی را مشخص می‌کند (Zuo and Wang, 2016). برتری اصلی روش‌های فرکتالی نسبت به روش‌های آماری چندمتغیره در این است که آستانه‌های جدایش بی‌هنجاری را نه بر مبنای فرضیات آماری از پیش تعیین شده، بلکه بر اساس ویژگی‌های ذاتی و خودسازمان‌یافته توزیع فضایی داده‌ها تعیین می‌کنند (Carranza, 2008). به همین دلیل، ترکیب این دو رویکرد به گونه‌ای که تحلیل چندمتغیره برای شناسایی تجمعات عنصری و روابط بین‌عنصری، و تحلیل فرکتالی برای تعیین دقیق مرزهای فضایی بی‌هنجاری به کار رود در سال‌های اخیر به رویکردی متداول و موثر در اکتشاف ذخایر فلزی و کمیاب، از جمله لیتیم، تبدیل شده است (Li et al., 2023). منطقه مورد مطالعه، بر گره ۱:۱۰۰۰۰۰ همدان، در پهنه زمین‌ساختی سندج-سیرجان قرار دارد (اقليمی، ۱۳۷۹) و از نظر سنگ‌شناسی، ساختار زمین‌شناسی و تنوع واحدهای دگرگونی و آذرین، یکی از مناطق مستعد برای بررسی کانه‌زایی لیتیم به‌شمار می‌رود. این منطقه در مقیاس ناحیه‌ای و کوچک‌مقیاس مطالعه شده و از آنجا که شامل واحدهای مختلف زمین‌شناسی و ساختاری است، بستر مناسبی برای ارزیابی ارتباط میان ویژگی‌های زمین‌شناسی و پراکندگی بی‌هنجاری‌های ژئوشیمیایی فراهم می‌کند. بررسی چنین مناطقی می‌تواند به شناسایی پهنه‌های مستعد جدید و تکمیل دانش موجود درباره پتانسیل معدنی منطقه کمک کند.

با توجه به اهمیت لیتیم و ضرورت شناسایی دقیق‌تر نواحی امیدبخش، هدف این پژوهش ارزیابی الگوی پراکندگی لیتیم در رسوبات آبراهه‌ای و مقایسه کارایی روش‌های مختلف پردازش داده‌ها، از جمله میانگین وزنی حوضه، تصحیح رقیق‌شدگی، تحلیل عاملی مرحله‌ای، شاخص پتانسیل معدنی ژئوشیمیایی و مدل فرکتال عیار-مساحت است. این پژوهش می‌کوشد با داده‌های ژئوشیمیایی و زمین‌شناسی، بی‌هنجاری‌های مرتبط با لیتیم را با دقت بیشتری شناسایی کرده و پهنه‌های دارای اولویت اکتشافی را معرفی کند.

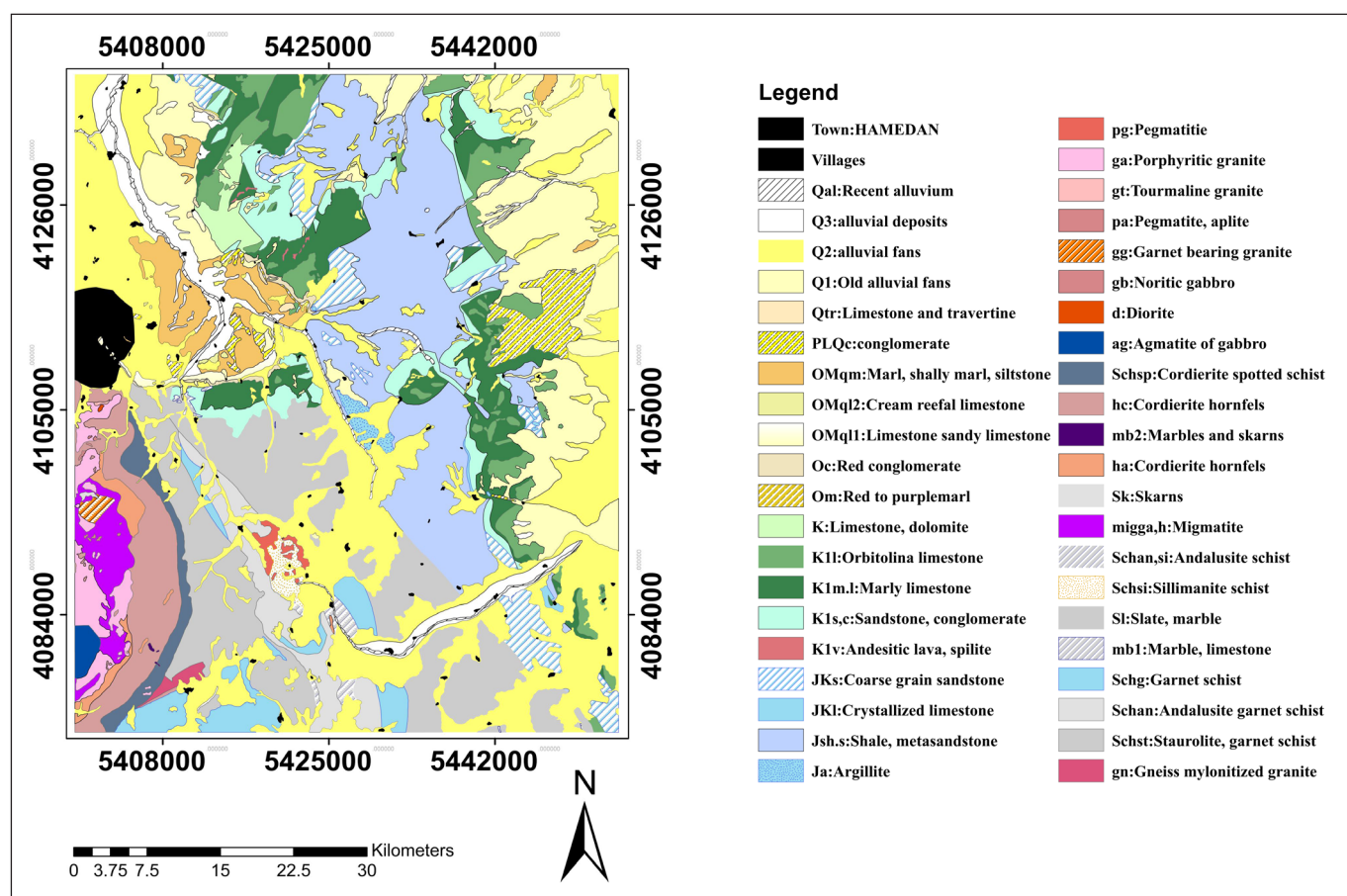
برای اکتشاف ذخایر لیتیم، روش‌های متنوعی شامل دورسنجی، ژئوفیزیک، ژئوشیمی و برداشت‌های زمین‌شناسی به کار گرفته شده‌اند (Cardoso-Fernandes et al., 2023; Chen et al., 2023; Esmaciloghli et al., 2024; Groeneweg et al., 2023; Zheng et al., 2023). مطالعات نشان می‌دهند که اگرچه روش‌های ژئوفیزیکی و دورسنجی در شناسایی ساختارهای زمین‌شناسی و تفکیک واحدهای سنگی مفید بوده‌اند (Errandonea-Martin et al., 2022; Keyser et al., 2023)، روش‌های ژئوشیمی در شناسایی بی‌هنجاری‌های لیتیم و تعیین پهنه‌های کانه‌زایی کارآمدی بیشتری نشان داده‌اند (Torshizian et al., 2021). در همین راستا، پژوهش حاضر با هدف تفکیک بی‌هنجاری‌های ژئوشیمیایی لیتیم در بر گره ۱:۱۰۰،۰۰۰ همدان، با بهره‌گیری از روش‌های آماری چندمتغیره و تحلیل فرکتالی انجام شده است تا ضمن شناسایی مناطق مستعد کانه‌زایی، مبنایی برای اکتشاف تکمیلی فراهم آورد. اکتشافات ژئوشیمیایی مبتنی بر نمونه‌برداری از رسوبات آبراهه‌ای، به‌عنوان یکی از روش‌های کلیدی در اکتشاف ناحیه‌ای لیتیم، مورد توجه گسترده‌ای قرار گرفته است. پژوهش‌های متعددی در نقاط مختلف جهان، کارایی این روش را در آشکارسازی الگوهای بی‌هنجاری لیتیم و ردیابی نواحی کانه‌زایی در مقیاس ناحیه‌ای تأیید کرده‌اند (Cardoso-Fernandes et al., 2020, 2022). ماهیت رسوبات آبراهه‌ای که حاصل فرسایش و انتقال مواد از سنگ‌های بالادست در حوضه‌های آبریز است، سبب می‌شود این محیط نمونه‌برداری، بازتابی یکپارچه از ویژگی‌های ژئوشیمیایی واحدهای سنگی بالادست ارائه دهد. از این‌رو، این رویکرد در بسیاری از مراحل شناسایی و پی‌جویی اکتشافی، به‌عنوان روشی کارآمد و اقتصادی به کار گرفته شده است (de Sousa et al., 2026; Köhler et al., 2021; Sikakwe et al., 2025; Torshizian et al., 2021).

به‌منظور دستیابی به دیدگاهی مقدماتی از روابط متقابل میان ویژگی‌های ژئوشیمیایی و تعیین عناصر راهنمای لیتیم، معمولاً از روش‌های آماری چندمتغیره مانند تحلیل مولفه‌های اصلی (Bazamad et al., 2023; Cardoso-Fernandes et al., 2022)، تحلیل عاملی (Köhler et al., 2021; Sadeghi, 2020)، تحلیل عاملی مرحله‌ای ((Stepwise factor analysis (SFA) (Fyzollahi et al., 2018; Koohzadi et al., 2021; Saadati et al., 2020; Torshizian et al., 2021)، تحلیل همبستگی (Cardoso-Fernandes et al., 2022)، استفاده شده است. افزون بر این تکنیک‌های چندمتغیره، روش‌های پردازشی تکمیلی نیز برای افزایش دقت تفکیک بی‌هنجاری از زمینه به کار گرفته شده‌اند. تصحیح اثر رقیق‌شدگی با هدف حذف تأثیر افزایش سطح حوضه آبریز و ورود رسوبات فاقد بی‌هنجاری بر عیار عناصر در ایستگاه‌های پایین‌دست به کار می‌رود (Nezhad et al., 2017)، همچنین، این پارامترها در قالب شاخص پتانسیل معدنی ژئوشیمیایی (GMPI) امکان اولویت‌بندی کمی نواحی امیدبخش را برای مراحل اکتشافی بعدی فراهم می‌کند (Yousefi et al., 2012).

هوازدگی سریعی را تجربه کرده‌اند. بخش خاور و شمال‌باختر شامل ارتفاعات برجسته‌ای از سنگ آهک‌های کرتاسه (به همراه ماسه‌سنگ و شیل) است. همچنین در کنار آن، توالی‌های آتشفشانی و آتشفشانی‌آواری ائوسن با ماهیت کالک‌آلکان و میان‌لایه‌های کربناته و تبخیری رخنمون دارند که بیانگر فعالیت آتشفشانی در نزدیکی یک محیط دریایی کم‌زرفای و تغییر شکل یافته بعدی هستند. چهارمین بخش، دشت شمال‌خاوری است که پست‌ترین بخش منطقه را تشکیل داده و از نهشته‌های آبرفتی کواترنری پوشیده شده است. افزون بر این، در شمال‌خاور منطقه، واحدهای الیگو-میوسن (سازند قم) و مارن‌های میوسن با میان‌لایه‌های نمک و ژئیس رخنمون دارند که نشان‌دهنده تغییر شرایط به سمت حوضه‌های تبخیری در دوران ترشیری است. در مجموع، برهم‌کنش ماگماتیسیم چندمرحله‌ای (از ژوراسیک تا ائوسن)، دگرگونی ناحیه‌ای، رسوب‌گذاری گسترده از کرتاسه تا کواترنری، و زمین‌ساخت فعال، تنوع بالایی از سنگ‌های آذرین، دگرگونی و رسوبی را در این محدوده گرد هم آورده است (اقلیمی، ۱۳۷۹).

محدوده مورد مطالعه در ورقه ۱:۱۰۰،۰۰۰ همدان، در باختر ایران، بین طول‌های جغرافیایی ۴۸ درجه و ۳۰ دقیقه تا ۴۹ درجه و ۰۰ دقیقه خاوری و عرض‌های جغرافیایی ۳۴ درجه و ۳۰ دقیقه تا ۳۵ درجه و ۰۰ دقیقه شمالی قرار گرفته است (شکل ۲). این ناحیه از نظر زمین‌شناسی ساختاری، در محدوده پهنه‌ی سندج-سیرجان قرار دارد ضمن این که حاشیه جنوب‌باختری پهنه ایران مرکزی را نیز در بر می‌گیرد. موقعیت این ناحیه، همراه با تنوع بالای سنگ‌های رسوبی، دگرگونی و آذرین، پیشینه زمین‌ساختی پیچیده‌ای را برای آن رقم زده است. با این حال، دگرگونی‌های شدید و تغییر شکل‌های ساختاری، تعیین سن دقیق برخی نهشته‌ها را با دشواری همراه ساخته است (Shahbazi et al., 2010).

از دیدگاه ریخت‌شناسی، منطقه به ۴ بخش اصلی قابل تفکیک است. بخش نخست، بخش باختری و جنوب‌باختری است که میزان توده نفوذی الوند با ترکیب گرانیته‌های پرآلومین نوع S بوده و رگه‌های پگماتیتی و آپلیتی در آن نفوذ کرده‌اند. بخش میانی به‌طور عمده از فیلیت و اسلیت تشکیل شده که به دلیل مقاومت پایین،



شکل ۲- نقشه زمین‌شناسی برگه ۱:۱۰۰،۰۰۰ همدان (اقلیمی، ۱۳۷۹).

Figure 2. Geological map of the 100,000-sheet Hamedan (Eghlimi, 2000).

۳- روش پژوهش

۳-۱- مجموعه داده‌های ژئوشیمیایی رسوبات آبراه‌ای

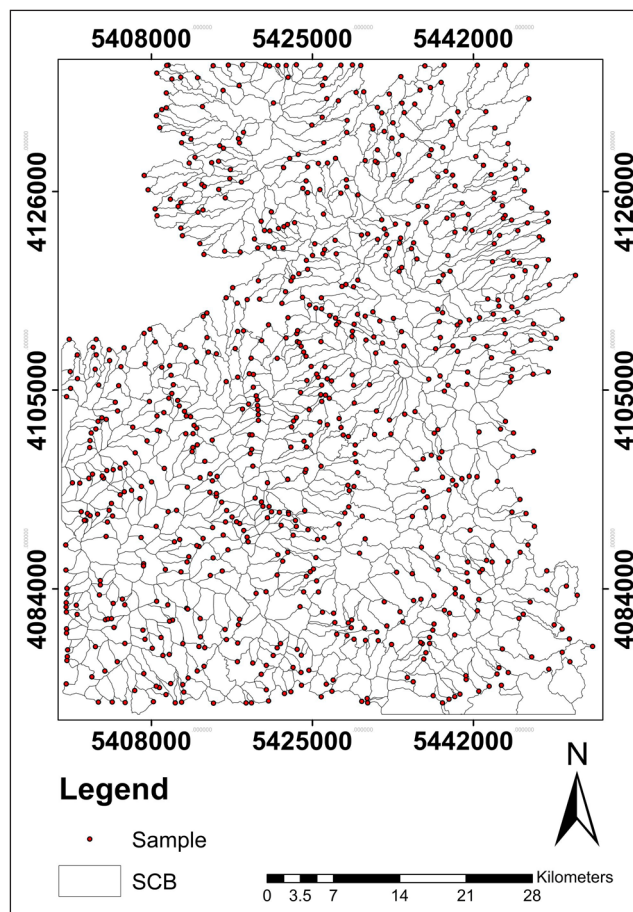
شده است. برای یکسان‌سازی دانه‌بندی و کاهش اثر کانی‌های درشت‌تر، رسوبات در محل، به‌صورت خشک و با الک ۸۰ مش الک شده‌اند و وزن هر نمونه ۱۰۰ تا ۲۰۰ گرم تعیین شد. نمونه‌های برداشتی به شرکت توسعه و فراوری مواد معدنی کرج ارسال گردیدند تا برای اندازه‌گیری عیار ۴۸ عنصر، به‌روش پلاسما جفت‌شده القایی (Inductively coupled plasma (ICP- OES)) آماده‌سازی و

داده‌های ژئوشیمیایی این پژوهش از شبکه اکتشافی رسوبات آبراه‌ای مربوط به برگه زمین‌شناسی ۱:۱۰۰،۰۰۰ همدان گردآوری شده‌اند. این برگه، ۴ زیربرگه ۱:۵۰،۰۰۰ به نام‌های جیحون‌آباد، کردخورد، علی‌آباد و همدان را در بر می‌گیرد. عملیات نمونه‌برداری توسط سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور انجام

صورتی که مقدار مطلق چولگی صفر باشد، توزیع داده‌ها بهنجار تلقی شده و نیازی به تبدیل داده‌ها نیست. همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود چولگی لیتیم برابر ۰/۱۱ است که نشان‌دهنده تقارن نسبی در توزیع داده‌هاست. بنابراین، برای جلوگیری از تغییر ماهیت داده‌ها و حذف سوگیری‌های احتمالی ناشی از تبدیلات، از داده‌های خام در ادامه پژوهش استفاده شد.

آنالیز شوند. در پایان، موقعیت مکانی تمامی ۷۶۱ نمونه برداشت‌شده در شکل ۳ نمایش داده شده‌اند.

شاخص‌های آماری اولیه شامل میانگین، انحراف معیار، چولگی و کشیدگی برای عناصر کلیدی محاسبه شد (جدول ۱). هدف از این محاسبات، بررسی نیاز به تبدیل داده‌ها و انتخاب رویکرد مناسب برای پردازش داده‌ها بود. بر اساس مبانی نظری، در



شکل ۳- موقعیت آبراهه‌ها و نمونه‌های برداشت در منطقه.

Figure 3. Location of waterways and sampling points in the region.

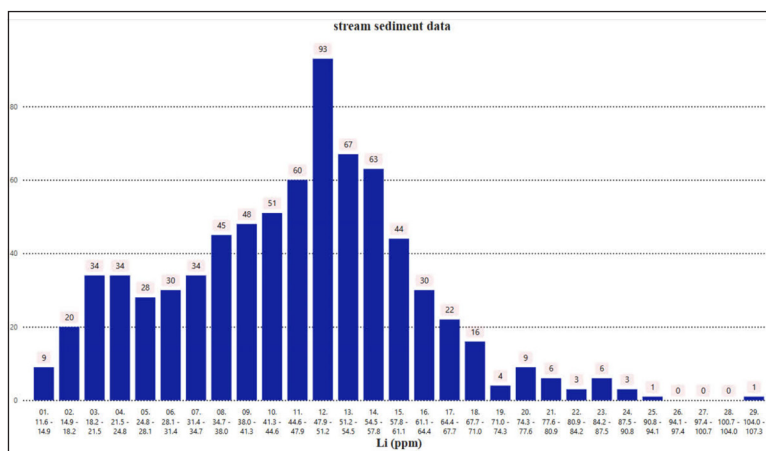
جدول ۱- خلاصه ویژگی‌های آماری داده‌های رسوبات آبراهه.

Table 1. Summary of statistical characteristics of stream sediment data.

Element	Mean	Standard deviation	Minimum	Median	Maximum	Skewness	Kurtosis
Li	45.43	15.59	11.6	47.2	104	0.11	0.008
Cs	6.82	2.69	1.65	6.4	23.5	1.5	4.13
Al	5.98	1.51	1.49	6.02	9.84	-0.24	-0.29
K	1.5	0.47	0.41	1.43	3.5	1.07	1.92
Tl	0.38	0.11	0.1	0.38	0.86	0.09	0.35
In	0.05	0.01	0.02	0.05	0.09	0.07	-0.23
Ga	14.38	3.92	3.45	14.65	25	-0.16	-0.31
V	94.7	22.15	28	97	162	-0.35	-0.15
Sn	1.87	0.69	0.4	1.8	5.6	1.56	4.87
Be	1.68	0.49	0.35	1.7	3.5	0.04	0.23
Rb	84.18	35.53	18.1	79.8	337	2.3	9.22

هستند. به همین دلیل با توجه به پیچیدگی جوامع، برای بررسی و تفکیک این جوامع در مراحل بعدی از مدل‌سازی فرکتالی عیار-مساحت و SFA استفاده شده است.

هرچند هیستوگرام لیتیم (شکل ۴) تقارن نسبی دارد، اما وجود چندین قله در آن نشان می‌دهد که داده‌ها از چند جامعه آماری مجزا تشکیل شده‌اند. این جوامع احتمالاً نمایانگر زمینه، بی‌هنجاری‌های خفیف و کانی‌سازی شدید



شکل ۴- نمودار هیستوگرام فراوانی داده‌های خام لیتیم.

Figure 4. Frequency histogram of raw lithium data.

۳- داده‌ها و اطلاعات

۳-۱- ژئوشیمی رسوبات آبراهه‌ای

متغیرها به ترتیب زیر تعریف می‌شوند C_a عیار اندازه‌گیری شده در نمونه، A_a مساحت کل حوضه آبریز، C_m عیار بی‌هنجاری، C_b عیار زمینه، و A_m مساحت منبع بی‌هنجاری فرضی است. با بازآرایی این رابطه، عیار بی‌هنجاری اصلاح شده (C_m) از رابطه ۴ قابل محاسبه خواهد بود (Hawkes, 1976):

$$C_a A_a = C_m A_m + C_b (A_a - A_m) \quad (3)$$

$$C_m A_m = A_a (C_a - C_b) + C_b A_m \quad (4)$$

برای کاهش اثر رقت و افزایش دقت در شناسایی بی‌هنجاری‌ها، رویکردهای تکمیلی با فرض مساحت ثابت برای منبع بی‌هنجاری (معمولاً ۰/۰۱ کیلومتر مربع) معرفی شده‌اند (Bonham-Carter et al., 1987). بر این اساس، شاخص رتبه‌بندی بی‌هنجاری‌ها (R_a) از رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

$$R_a = \frac{A_a}{0.01} (C_a - C_b) + C_b \quad (5)$$

همچنین مدل توانی اصلاح‌شده‌ای برای محاسبه عیار تصحیح شده (C_m) به صورت رابطه (۶) پیشنهاد شده است که در آن n ضریب تجربی و A_a مساحت حوضه برحسب کیلومتر مربع است:

$$C_m = (100 A_a)^{n+1} (C_a - C_b) \quad (6)$$

برای بررسی حساسیت نتایج به ضریب رقیق‌شدگی، مقادیر مختلف n شامل ۰، ۰/۲۵، ۰/۵ و ۱ در نظر گرفته شد. در نهایت، برای تعیین حد آستانه آماری جداسازی بی‌هنجاری از زمینه، از روش میانه‌انحراف مطلق (MAD) استفاده گردید (Mokhtari and Nezhad, 2015).

۳-۳- مدل‌سازی فرکتالی عیار-مساحت

برای جدایش جوامع ژئوشیمیایی، روش فرکتالی عیار-مساحت به‌عنوان رویکردی کارآمد به‌کار گرفته شده است (Cheng et al., 1994; Turcotte, 1997). اساس این روش بر قانون توانی استوار است که بر توزیع عیار عناصر در فرآیندهای زمین‌شناختی و کانی‌سازی حاکم است. این فرآیندها ماهیتی خودتشابه دارند به این معنا که الگوهای غنی‌شدگی در مقیاس‌های مختلف، از یک رابطه‌ی توانی پیروی می‌کنند (Turcotte, 1997). در این روش، رابطه بین عیار عنصر (p) و مساحت نواحی

آمارهای کلاسیک همچون میانگین و انحراف معیار، زمانی که میانگین زیرجمعیت‌ها به هم نزدیک باشد، در عمل، کارایی چندانی در تفکیک آن‌ها ندارند و نمی‌توانند پیچیدگی ناشی از هم‌پوشانی چند جمعیت آماری را نشان دهند (Cheng et al., 1994). به گونه‌ای که ممکن است چولگی و کشیدگی کل داده‌ها نزدیکی به بهنجار را نشان دهند، در حالی که توزیع واقعی، چندجمعیتی است. این وضعیت به‌ویژه در مناطق با کانی‌سازی خفیف تا متوسط دیده می‌شود و نشان می‌دهد که تکیه صرف بر آمارهای کلی، برای شناسایی بی‌هنجاری‌ها روش مناسبی نیست.

در این پژوهش پیش از هرگونه پردازشی، اثر واحدهای سنگی به‌عنوان یکی از عوامل اصلی ایجاد تنوع زمینه‌ای، با استفاده از روش میانگین وزن‌دار بر اساس مساحت هر واحد سنگی در حوضه آبریز برآورد و حذف گردید تا داده‌ها برای شناسایی بی‌هنجاری‌های کانی‌زایی آماده‌سازی شوند (Bonham-Carter et al., 2006; Spadoni, 1987). در این روش، $\hat{A}_{ij}$ نشان‌دهنده مساحتی از حوضه آبریز i است که توسط واحد سنگی j پوشیده شده است. میانگین عیار در هر واحد سنگ‌شناسی (M_{ij}) از رابطه (۱) محاسبه می‌شود:

$$M_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \hat{A}_{ij}}{\sum_{i=1}^n \hat{A}_{ij}} \quad (1)$$

سپس عیار زمینه در هر حوضه (C'_i) با استفاده از رابطه (۲) به دست می‌آید:

$$C'_i = \frac{\sum_{j=1}^m M_{ij} \hat{A}_{ij}}{\sum_{j=1}^m \hat{A}_{ij}} \quad (2)$$

سپس پسماندهای ژئوشیمیایی ($R_i = C_i - C'_i$) محاسبه شده‌اند تا مناطق غنی‌شده از تهی‌شدگی تفکیک گردند (Hawkes, 1976).

۳-۲- تصحیح اثر رقیق‌شدگی

یکی از چالش‌های اساسی در تحلیل عیار عناصر در رسوبات آبراهه‌ای، پدیده رقیق‌شدگی است. این رسوبات حاصل اختلاط مواد از منابع زمین‌شناسی گوناگون در حوضه آبریز هستند و در مسیر حرکت، عیار عناصر کاهش یافته و بی‌هنجاری تضعیف (Hawkes, 1976; Spadoni, 2006; Carranza, 2008) می‌گردند. در رابطه ۳،

هر عنصر خارج از محدوده تشخیص قرار دارند. همچنین، مقادیر چولگی و کشیدگی در جدول ۱، بهنجار بودن کامل داده‌ها را تایید کرده داده‌های خام، مبنای تمام تحلیل‌های بعدی قرار گرفتند.

جدول ۲ خلاصه عیارهای وزنی زمینه (M) را برای ۱۱ عنصر کلیدی در واحدهای سنگ‌شناسی مختلف نشان می‌دهد. بیشترین مقادیر زمینه برای لیتیم در واحدهای HC (61.98ppm)، SCHSP (59.60ppm)، HA (59.71ppm) و GN (65.88ppm) مشاهده می‌شوند که همگی مربوط به سنگ‌های دگرگونی و پگماتیته هستند. در مقابل، کمترین مقادیر زمینه در واحدهای K (23.84ppm)، KIV (26.35ppm) و QTR (27.02ppm) دیده می‌شوند که به‌طور عمده سنگ‌آهک‌ها و رسوبات کواترنری هستند. این الگو نشان‌دهنده تأثیر آشکار سنگ‌شناسی بر عیار زمینه لیتیم است و ضرورت تصحیح اثر سنگ‌شناسی را پیش از هرگونه شناسایی بی‌هنجاری تایید می‌کند. روند مشابهی برای عناصر (مانند Rb، Cs و Be) نیز قابل مشاهده است که بیانگر همراهی این عناصر با لیتیم در فرایندهای دگرگونی و ماگمایی است.

۴-۲- استفاده از روش تصحیح اثر رقیق‌شدگی

مدل توانی تصحیح رقیق‌شدگی (رابطه ۷) که ضریب n شامل ۰، ۰/۲۵ و ۰/۵- بر روی داده‌های لیتیم اعمال شد (شکل ۵) سپس مقادیر عیار برای هر حوضه آبریز محاسبه و در جدول ۳ ارائه گردید و نقشه باقیمانده‌های تصحیح‌شده نیز در شکل ۵ رسم شد. بررسی این نقشه‌ها و جدول نشان می‌دهد که با تغییر ضریب n از منفی به صفر، دامنه تغییرات مقادیر تصحیح‌شده به‌شدت افزایش می‌یابد (به‌عنوان نمونه، برای حوضه شماره ۱، این مقدار از ۰/۲۹ به ۵/۴۵ می‌رسد)، با این حال و برخلاف انتظار اولیه، روش توانست الگوی متمرکز و همگونی از بی‌هنجاری‌ها را در واحدهای سنگی مستعد کانی‌سازی (مانند SCHSP، HC و GN در جدول ۲) ارائه دهد. مشاهدات عینی گویای آن است که مدل توانی ساده تصحیح رقیق‌شدگی با ۳ کاستی اساسی مواجه است: حساسیت بیش‌ازحد به مساحت حوضه، به‌گونه‌ای که حوضه‌های با مساحت بزرگ‌تر حتی با عیارهای پایین لیتیم، مقادیر تصحیح‌شده بالایی دریافت کرده و به بزرگ‌نمایی کاذب بی‌هنجاری انجامیده‌اند؛ ناتوانی در تفکیک موثر جوامع، به‌گونه‌ای که الگوی مکانی بی‌هنجاری‌ها به‌طور عمده منعکس‌کننده مساحت حوضه‌ها است و همبستگی معناداری با تنوع سنگ‌شناسی ندارد؛ و گسترده‌گی بی‌هنجاری‌ها (به‌ویژه در حالت‌های $n=0$ و $-0/25$)، که ناشی از فرض ساده‌کننده مساحت ثابت برای منبع بی‌هنجاری (۰/۱ کیلومتر مربع) بوده و فاقد توجیه زمین‌شناختی است. به‌نظر می‌رسد پیچیدگی ساختار چندجمعیتی داده‌ها و تنوع سنگ‌شناسی منطقه، کارایی مدل‌های خطی و توانی صرف را در این مرحله محدود ساخته است ازاین‌رو، با عنایت به ناکارآمدی این روش در تعیین مرزهای شفاف بین زمینه و بی‌هنجاری، در گام بعدی از مدل‌سازی فرکتالی عیار-مساحت به‌عنوان رویکردی توانمند در تفکیک جوامع خودتشابه استفاده شده است.

۴-۳- مدل‌سازی فرکتالی عیار-مساحت

نمودار تمام لگاریتمی عیار-مساحت برای لیتیم (شکل ۶) با استفاده از رگرسیون خطی تکه‌تکه، ۵ بخش خطی با شیب‌های متمایز را نشان داد که معرف ۵ جمعیت ژئوشیمیایی مجزا با ابعاد فرکتال متفاوت است. نقاط شکست شناسایی‌شده در این نمودار، حد آستانه‌های جدایش جوامع را مشخص کردند که در جدول ۴ به‌همراه ابعاد فرکتال متناظر ارائه شده است. بر اساس این نتایج، ۴ حد آستانه در عیارهایی که در جدول مشخص شده به‌ترتیب جوامع پس‌زمینه خیلی ضعیف، پس‌زمینه ضعیف، زمینه، زمینه پرعیار و بی‌هنجاری را از یکدیگر تفکیک می‌کنند.

افزایش بعد فرکتال از ۱/۰۶ به ۱/۸۵ نشان‌دهنده گذر از توزیع‌های ساده‌تر (زمینه) به توزیع‌های پیچیده‌تر با ابعاد نزدیک‌تر به سطح براونی است (مهرنیا، ۱۳۹۵). این روند، بیانگر افزایش ناهمگنی فضایی و حضور فرایندهای کانی‌سازی موضعی بوده

با عیار برابر یا بیشتر از آن ($A(p)$) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A(p) \propto p^{(1-D)} \quad (۷)$$

که در آن D بعد فرکتال است و بیانگر میزان پیچیدگی و خودتشابهی توزیع می‌باشد. هر جامعه ژئوشیمیایی دارای بعد فرکتال مشخصی است و تغییر ناگهانی شیب در نمودار لگاریتمی عیار-مساحت، معرف گذر از یک جامعه به جامعه دیگر است (Cheng et al., 1994). مهم‌ترین برتری روش فرکتالی نسبت به روش‌های آماری کلاسیک در این است که روش‌های کلاسیک معمولاً توزیع بهنجار (نرمال) را پیش‌فرض می‌گیرند و در تفکیک جوامع چندگانه با میانگین‌های نزدیک به هم ناتوان هستند. در مقابل، روش فرکتالی عیار-مساحت بدون پیش‌فرض درباره شکل توزیع، بر اساس الگوهای خودتشابهی داده‌ها عمل کرده و حتی بی‌هنجاری‌های ضعیف را به‌طور موثری آشکار می‌سازد (Cheng, 2004; Turcotte, 1997).

۴-۴- آنالیز فاکتوری مرحله‌ای و شاخص چشم‌انداز نقشه‌برداری ژئوشیمیایی

SFA روشی آماری برای کاهش ابعاد داده‌ها و شناسایی متغیرها (عوامل) موثر بر ساختار همبستگی بین عناصر است. در این روش، متغیرهایی که همبستگی ضعیفی با سایر عناصر دارند، در گام‌های متوالی حذف می‌شوند تا عواملی که نماینده فرایندهای زمین‌شناختی و کانی‌سازی هستند، باقی بمانند (Yousefi et al., 2014). مدل پایه تحلیل عاملی به‌صورت رابطه (۷) تعریف می‌شود:

$$X_{(p \times l)} = A_{(p \times k)} F_{(k \times l)} + E_{(p \times l)} \quad (۸)$$

که در آن X ماتریس داده‌های مشاهده‌شده (متشکل از p متغیر)، A ماتریس بارهای عاملی (ضرایب همبستگی بین متغیرها و عوامل)، F ماتریس نمرات عاملی (عوامل) پنهان به تعداد k و E ماتریس خطاها یا واریانس خاص هر متغیر است.

برای ارزیابی داده‌ها برای تحلیل فاکتوری، شاخص KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) محاسبه می‌شود که مقادیر بالای ۰/۷ نشان‌دهنده مناسب بودن داده‌ها برای این تحلیل است (Kaiser, 1974). این شاخص از رابطه (۸) به‌دست می‌آید:

$$KMO = \frac{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} p_{ij}^2} \quad (۹)$$

که در آن r_{ij} ضریب همبستگی ساده بین دو متغیر i و j و p_{ij} ضریب همبستگی جزئی بین همان دو متغیر است. همچنین، درصد واریانس تبیین‌شده توسط عوامل استخراج‌شده به‌عنوان معیار دیگری برای کیفیت مدل در نظر گرفته شد.

پس از استخراج عوامل اصلی، برای تبدیل امتیاز فاکتوری به نقشه پتانسیل معدنی، از GMPI استفاده گردید (Yousefi et al., 2012). این شاخص با به‌کارگیری تابع سیگموئیدی (Sigmoid Function)، نمرات فاکتوری (F_s) را که در دامنه‌ای وسیع از اعداد مثبت و منفی قرار دارند، به مقیاس استاندارد ۰ تا ۱ تبدیل می‌کند. رابطه ریاضی این تبدیل به‌صورت زیر است:

$$GMPI = \frac{1}{1 + e^{-F_s}} \quad (۱۰)$$

در این رابطه، F_s امتیاز عاملی مربوط به عامل کانی‌سازی (یا ترکیب خطی از عوامل موثر در کانی‌سازی) است. مقدار خروجی این تابع در بازه (۰، ۱) قرار می‌گیرد؛ به‌گونه‌ای که مقادیر نزدیک به ۱ معرف پتانسیل بالای کانی‌سازی و مقادیر نزدیک به ۰ معرف پتانسیل پایین هستند. این تبدیل غیرخطی، تأثیر داده‌های پرت را کاهش داده و قابلیت مقایسه مناطق مختلف را با یک معیار یکسان فراهم می‌سازد.

۴-۵- بحث

۴-۱- پیش‌پردازش و تحلیل داده‌های ژئوشیمیایی رسوبات آبراه‌ای

داده‌های خام ابتدا با دو مرحله پالایش، آماده‌سازی شدند: (۱) جایگزینی مقادیر کمتر از حد تشخیص با نصف حد تشخیص (Sanford et al., 1993) و (۲) شناسایی و اصلاح داده‌های پرت با روش دورفل و جایگزینی با آستانه (Tukey, 1977; Farahmandfar et al., 2020). بررسی جدول ۱ نشان داد که کمتر از ۲۰٪ داده‌های

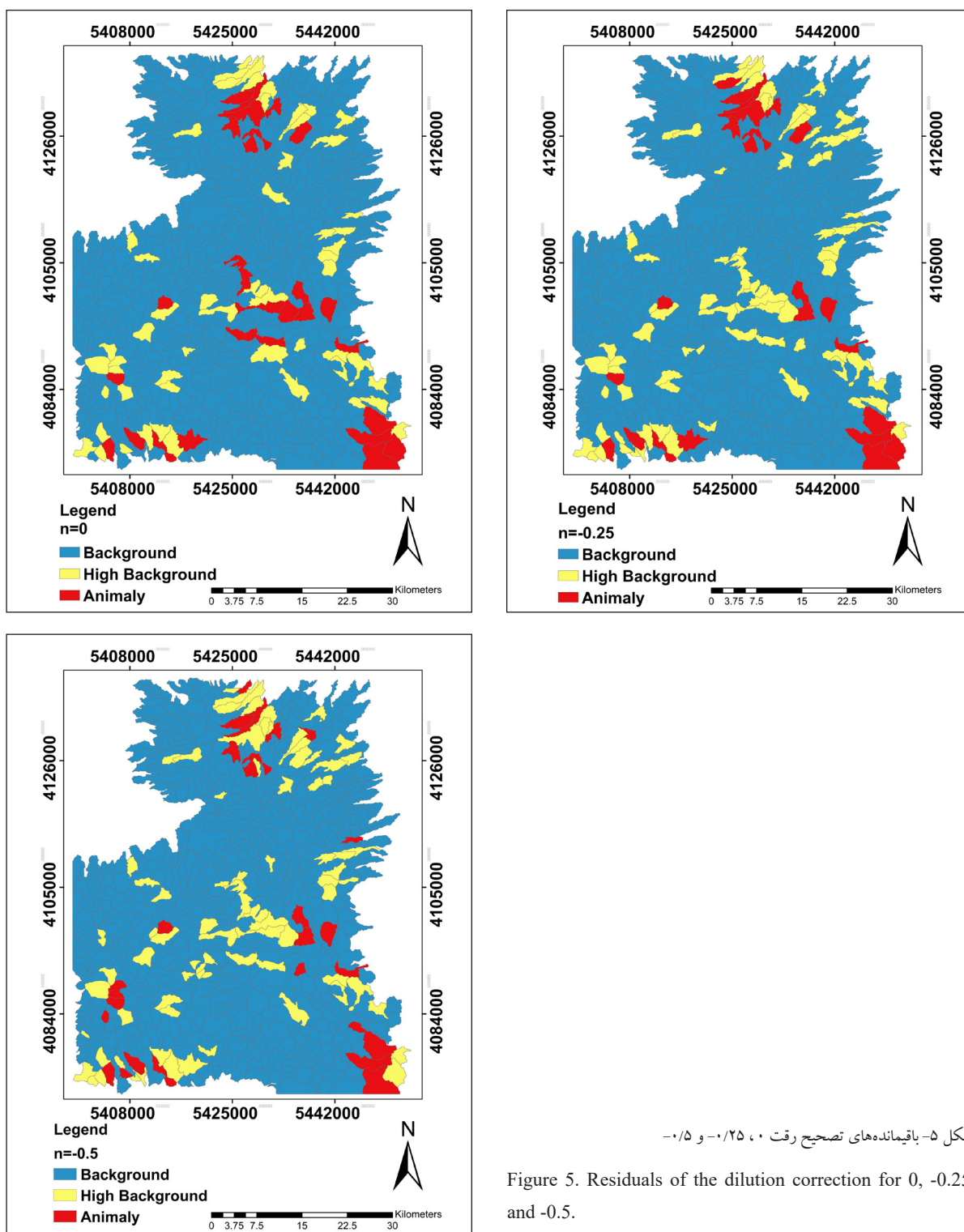
آبراهه‌ای، به دلیل اثرات اختلاط و هوازدگی، نمی‌تواند به‌طور مستقیم گویای کانی‌سازی باشند. اما هم‌پوشانی این الگوها با واحدهای سنگی (پگماتیت-گرانیت) و افزایش بعد فرکتال در این نواحی، نشانه‌هایی از وجود منابع ژرف‌زاد (هیپوزن) در بالادست ارائه می‌دهد که نیازمند پی‌جویی‌های تکمیلی است.

و با نتایج پژوهش‌های پیشین در داده‌های آبراهه‌ای همخوانی دارد. دو جامعه اول (با عیارهای کمتر از ۳۸ ppm) معرف زمینه ژئوشیمیایی ناحیه‌ای هستند، در حالی که سه جامعه بعدی (با عیارهای بیش از ۳۸ ppm) به‌ترتیب بیانگر بی‌هنجاری‌های خفیف، شدید و بسیار شدید می‌باشند. الگوهای فرکتالی استخراج‌شده از رسوبات

جدول ۲- خلاصه مقادیر عیارهای وزن دار زمینه عناصر (M_j).

Table 2. Summary of the weighted mean background concentration values of elements (M_j).

Lithology unit	Li	Cs	Al	K	Tl	In	Ga	V	Sn	Be	Rb
K1S_C	34.76	5.5	5.45	145	0.34	0.05	12.93	91.19	1.67	1.41	71.68
K1L	29.77	4.68	4.47	1.2	0.28	0.04	10.65	73.38	1.35	1.17	58.73
Q2	47.17	6.5	5.74	1.42	0.37	0.05	14.09	92.82	1.82	1.7	78.97
K1M_L	29.34	4.79	4.53	1.24	0.29	0.04	10.62	75.07	1.36	1.18	58.84
JKS	42.6	5.85	5.65	1.42	0.37	0.05	13.62	97.47	1.65	1.57	73.11
Q1	34.88	5.19	5.25	1.32	0.32	0.04	12.66	88.03	1.59	1.4	67.89
OMQL1	33.02	5.98	5.09	1.32	0.32	0.04	11.8	75.39	1.73	1.33	73.69
OC	30.58	5.57	4.76	1.22	0.30	0.04	11.34	74.97	1.53	1.24	65.48
Q3	39.36	5.82	5.46	1.35	0.35	0.05	13.07	87.63	1.67	1.6	72.53
QAL	44.49	6	5.92	1.44	0.37	0.05	14.61	94.86	1.76	1.63	79.79
OMQM	30.25	5.8	4.94	1.41	0.29	0.04	11.15	77.27	1.75	1.29	69.76
K	23.84	4.95	4.48	1.16	0.29	0.04	10.43	73.69	1.47	1.07	55.74
QTR	27.02	5.42	4.26	1.23	0.24	0.04	9.41	66.87	1.21	1.13	55.98
JSH_S	51.17	6.48	6.4	1.63	0.40	0.05	15.51	109.2	1.77	1.79	86.08
K1V	26.35	5.11	4.95	1.26	0.31	0.04	11.49	85.98	1.5	1.12	57.27
PLQC	30.85	4.65	4.35	1.22	0.26	0.04	10.06	71.9	1.28	1.22	60.21
OMQL2	31.97	5.6	5	1.43	0.31	0.04	11.43	77.25	1.93	1.32	72.35
OM	28.72	5.88	4.72	1.32	0.30	0.04	11.01	75.55	1.33	1.27	65.85
JKL	47.12	6.95	5.94	1.54	0.38	0.05	13.99	98.49	1.66	1.9	79.05
SL	47.37	6.5	6.46	1.54	0.41	0.06	15.98	105.11	2.04	1.87	85.13
SCHST	54.08	7.82	6.13	1.43	0.42	0.05	14.65	90.97	1.94	1.79	88.37
MB1	40.02	5.91	5.29	1.49	0.32	0.05	12.63	87.14	1.58	1.49	77.48
HC	61.98	10.93	8.11	2.25	0.53	0.07	19.43	110.19	2.48	2.04	155.73
JA	48.16	7.08	6.15	1.49	0.41	0.05	15	106.27	2.43	1.66	81.62
GT	55.07	10.24	8.18	1.55	0.49	0.07	20.37	121.19	3.19	1.96	115.47
D	53.14	9.69	8.03	1.5	0.45	0.07	19.63	119.75	2.94	1.97	108.92
SCHSP	59.6	10.66	7.73	2.06	0.50	0.06	18.41	108.25	2.48	1.92	142.38
SCHAN	50.09	6.98	5.16	1.16	0.33	0.04	12.03	80.31	1.79	1.77	69.84
PA	48.56	7.73	8.26	2.22	0.46	0.06	18.86	98.2	1.9	2.52	118.84
SCHG	56.69	8.18	5.81	1.39	0.39	0.05	14.22	87.54	1.79	1.76	88.34
HA	59.71	10.42	7.9	2.19	0.51	0.06	18.3	103.38	2.29	2.06	130.47
GA	55.12	9.56	7.87	2	0.49	0.06	19.85	96.09	2.94	2.42	123.82
SK	46.92	8.88	7.93	1.96	0.44	0.06	16.88	98.39	1.77	2.36	98.52
GG	44.31	8.39	7.48	2.04	0.45	0.06	15.68	100.61	1.85	2.29	95.6
GB	56.91	9.85	8.1	1.92	0.53	0.06	18.86	114.18	1.97	2.49	111.58
PG	60.46	10.99	5.72	1.25	0.45	0.04	13.09	87.15	2.9	2.1	80.43
SCHSI	55.81	9.58	5.33	1.24	0.40	0.04	12.1	82.77	2.34	2.06	76.21
SCHAN_SI	44.47	5.47	4.45	1.06	0.28	0.03	10.19	69.83	1.57	1.54	61.78
MB2	57.72	10.14	8.08	2.82	0.53	0.06	20.18	108.36	2.36	2.04	189.41
GN	65.88	11.14	7.98	2.14	0.52	0.05	19.45	99.05	2.44	2.21	148.31
MIGGA_H	54.93	8.98	7.83	1.98	0.48	0.06	18.55	107.3	2.03	2.25	111.08
AG	38.22	6.63	7.76	1.45	0.33	0.07	19.08	122.04	2.37	1.82	72.9



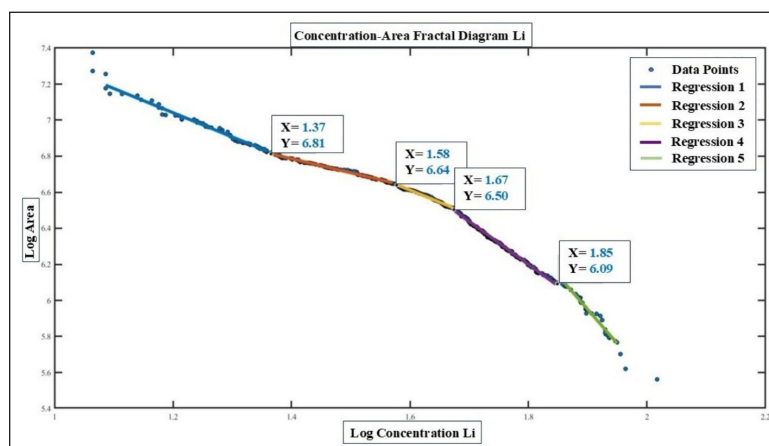
شکل ۵- باقیمانده‌های تصحیح رقت ۰، ۰/۲۵ و ۰/۵-

Figure 5. Residuals of the dilution correction for 0, -0.25, and -0.5.

جدول ۳- چگالی بهنجار شده برای تفکیک جوامع داده‌های لیتیم.

Table 3. Normalized density for discriminating lithium data populations.

No.	SCBA($n=0$)	SCBA($n=-0.25$)	SCBA($n=-0.5$)
1	5.45	1.25	0.29
2	8.03	1.76	0.39
3	7.86	1.72	0.38
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
761	47.94	12.09	3.05



شکل ۶- نمودار لگاریتمی عیار و مساحت تجمعی برای عنصر لیتیم.

Figure 6. Logarithmic concentration versus cumulative area plot for the element lithium.

جدول ۴- حدود آستانه به دست آمده از روش فرکتالی عیار-مساحت.

Table 4. Threshold limits obtained from the concentration-area fractal method.

Variable Li	Fractal dimension (D)	Threshold (ppm)
Very Low Background	1.06	≤ 23.44
Low Background	1.37	23.44-38.01
Background	1.58	38.01-46.77
High Background	1.67	46.77-70.79
Animaly	1.85	$70.79 \leq$

عاملی همه ۱۱ عنصر در این مولفه بالاتر از ۰/۷۵ قرار دارند که گویای همبستگی قوی این عناصر با یکدیگر و احتمالاً منشأ مشترک آنهاست. این مجموعه عناصر (به‌ویژه Sn, Be, Cs, Rb, Li و Al) معرف فرایندهای ماگمایی و دگرگونی مرتبط با گرانیت‌های پرآلومین نوع S و پگماتیت‌های توده الوند هستند که در بخش قبل نیز به آن‌ها اشاره شد.

نقشه GMPI در شکل ۸ ارائه شده است. این نقشه با تبدیل نمرات عاملی به مقیاس ۰ تا ۱، پهنه‌های با پتانسیل بالای کانی‌سازی را مشخص می‌کند. بررسی این نقشه نشان می‌دهد که مناطق با مقادیر بالای GMPI (نزدیک به ۱) عمدتاً در بخش‌های باختری و جنوب‌باختری منطقه مورد مطالعه متمرکز شده‌اند و به‌طور شایان توجهی با واحدهای سنگ‌شناسی پگماتیت-گرانیت و کوردیریت هورنفلس (مطابق با جدول ۲ و شکل ۶) همپوشانی دارند. این همپوشانی که مدل SFA و GMPI توانسته‌اند عناصر همراه با لیتیم را به‌درستی شناسایی کرده و مناطق امیدبخش کانی‌سازی را با دقت بالایی تفکیک نمایند؛ به‌گونه‌ای که الگوی پراکنش بی‌هنجاری‌های حاصل از GMPI تطابق خوبی با نتایج روش فرکتالی و واحدهای سنگی مستعد دارد.

۴-۵- بررسی بی‌هنجاری‌های به‌دست آمده با توجه به واحدهای سنگ‌شناسی

در غیاب اندیس‌های معدنی فعال در منطقه، اعتبارسنجی نتایج بر اساس همپوشانی بی‌هنجاری‌های شناسایی‌شده با واحدهای سنگ‌شناسی میزبان شناخته‌شده برای کانی‌سازی لیتیم انجام شد. واحدهای هدف شامل پگماتیت-گرانیت، کوردیریت هورنفلس، گرانیت و گرانیت شیست در نظر گرفته شدند.

نقشه ژئوشیمیایی حاصل از روش فرکتال عیار-مساحت (شکل ۷) نشان می‌دهد که پهنه‌های با بی‌هنجاری (عیارهای بالای ۷۰ ppm) عمدتاً در بخش‌های باختری و جنوب‌باختری منطقه مورد مطالعه متمرکز شده‌اند و آشکاراً با واحدهای سنگ‌شناسی پگماتیت و گرانیت مطابق با مقادیر بالای زمینه در جدول ۲ برای واحدهای GN, HC و SCHSP همپوشانی دارند. این همپوشانی گویای آن است که برخلاف روش‌های خطی تصحیح رقیق‌شدگی، مدل فرکتالی توانسته است با شناسایی مرزهای بین جوامع، بی‌هنجاری‌های مرتبط با کانی‌سازی را به‌طور واقع‌بینانه‌تری تفکیک کرده و نقشه‌ای ارائه دهد که از انسجام زمین‌شناختی بالایی برخوردار است.

۴-۴- استفاده از روش آنالیز فاکتوری مرحله‌ای و شاخص چشم‌انداز

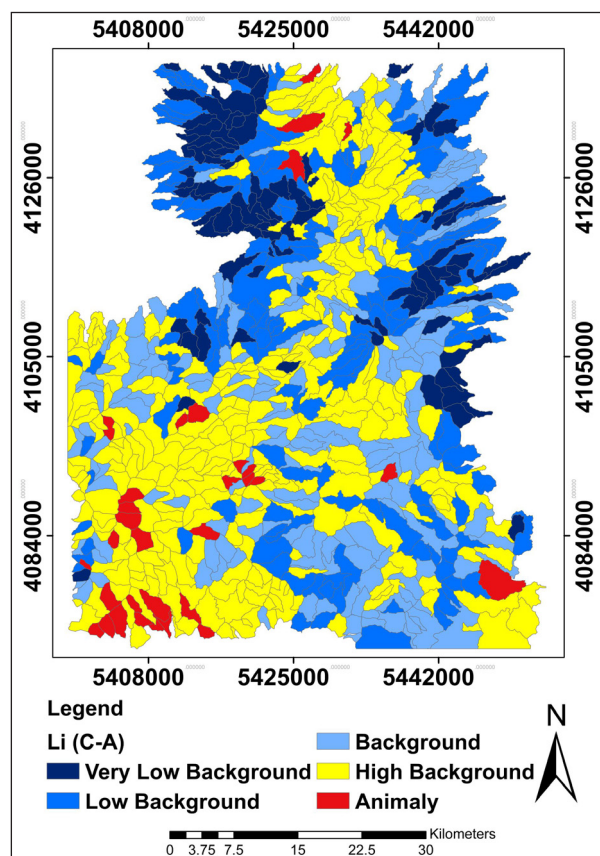
نقشه‌برداری ژئوشیمیایی

پس از ۳ گام حذف متغیرهای کم‌اهمیت، SFA بر روی ۱۱ عنصر شامل V, Be, Sn, K, Cs, Al, Rb, Li, In, Ga و Tl متمرکز شد. شاخص KMO برابر ۰/۹۱۴ محاسبه گردید، معیاری که برای انتخاب متغیرهای مهم و تفسیر عوامل در نظر گرفته شد، بارهای فاکتوری بالاتر از ۰/۶ بوده است که نشان‌دهنده عناصر همراه لیتیم برای تحلیل عاملی است (Yousefi et al., 2012; Fyzollahi et al., 2018; Koohzadi et al., 2021). نتایج نهایی در جدول ۵ بارهای عاملی (شکل ۸) ارائه شده است. این نتایج نشان می‌دهند که یک مولفه اصلی با مقدار ویژه ۸/۰۴۵ استخراج شده است که به‌تنهایی ۷۳/۱۴ درصد از واریانس کل داده‌ها را تبیین می‌کند. بارهای

جدول ۵- مرحله نهایی SFA.

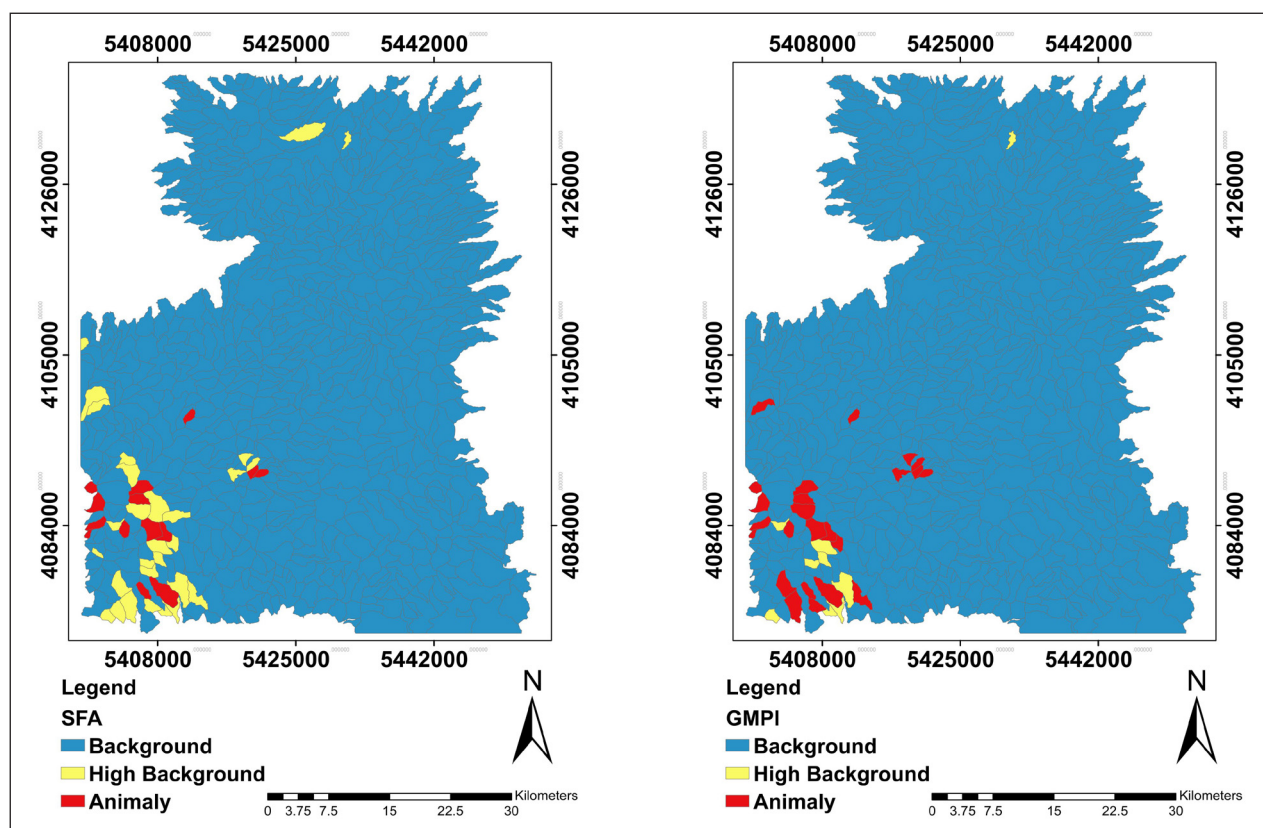
Table 5. Final stage of the SFA.

Component Matrix ^a	
	Component
Sn	0.753
V	0.879
Be	0.801
Ga	0.950
In	0.857
Li	0.812
Rb	0.869
Al	0.952
Cs	0.847
K	0.756
Tl	0.904



شکل ۷- نقشه ژئوشیمیایی به دست آمده از روش عیار-مساحت برای عنصر لیتیم.

Figure 7. Geochemical map derived from the concentration-area method for the lithium element.



شکل ۸- نتایج به دست آمده از SFA و GMPI.

Figure 8. Results obtained from SFA and GMPI.

می‌دهند که بالاترین رده‌های بی‌هنجاری لیتیم به‌طور عمده در بخش‌های باختری و جنوب‌باختری منطقه متمرکز شده‌اند و با واحدهای سنگ‌شناسی پگماتیت-گرانیت، کوردیریت هورنفلس، گرانیت و گرانیت شیست همپوشانی فضایی معناداری دارند. SFA وجود یک مولفه اصلی را آشکار ساخت که با بارهای عاملی بالای ۰/۷۵ برای عناصر $V, In, Sn, Ga, K, Al, Be, Cs, Rb, Li$ و Tl گویای فرایندهای ماگمایی-دگرگونی مرتبط با گرانیت‌های پرآلومین نوع S و پگماتیت‌های توده‌الوند است. همبستگی قوی این عناصر با یکدیگر و تطابق مکانی بی‌هنجاری‌ها با واحدهای سنگی مستعد، نقش کلیدی این سنگ‌ها را در کنترل کانی‌سازی لیتیم تأیید می‌کند. در مقابل، روش تصحیح رقیق‌شدگی به‌رغم کاربرد گسترده، در حوضه‌های آبریز بزرگ با تنوع سنگ‌شناختی بالا، به دلیل وابستگی شدید به مساحت حوضه و فرضیات ساده‌کننده (مانند مساحت ثابت منبع بی‌هنجاری)، عملکرد ضعیفی داشته و به بزرگ‌نمایی کاذب یا برآورد نادرست بی‌هنجاری‌ها انجامید. این ناکارآمدی، ضرورت استفاده از روش‌های فرکتالی را در چنین شرایطی آشکارا نشان می‌دهد. مدل‌سازی فرکتالی عیار-مساحت، با شناسایی ۵ جامعه ژئوشیمیایی مجزا و تعیین آستانه‌ها در عیارهای مختلف، مرزهای جدایش زمینه از بی‌هنجاری را رسم کرده است. نقشه حاصل از این روش، همبستگی بیشتری با واحدهای سنگ‌شناسی مستعد کانی‌سازی و الگوهای زمین‌شناختی منطقه نشان می‌دهد. با توجه به شناسایی چندین بی‌هنجاری فاقد اندیس معدنی شناخته‌شده، انجام بررسی‌های تکمیلی شامل پی‌جویی‌های صحرایی هدفمند در بخش‌های باختری و جنوب‌باختری (با اولویت واحدهای پگماتیت-گرانیت و کوردیریت هورنفلس)، نمونه‌برداری ژئوشیمیایی تفصیلی از خاک، سنگ‌ها، مطالعات کانی‌شناسی بر روی کانی‌های شاخص همچون اسپودومن، زابولیت و آلپیت توصیه می‌شود. در عین حال، با توجه به ناکارآمدی روش تصحیح رقیق‌شدگی در حوضه‌های بزرگ با تنوع سنگ‌شناختی بالا، استفاده از این روش در پژوهش‌های آتی منطقه توصیه نمی‌گردد و به‌جای آن، کاربرد روش فرکتالی عیار-مساحت به‌عنوان رویکردی توانمند، انعطاف‌پذیر و مستقل از فرضیات محدودکننده مساحت، برای تحلیل داده‌های ژئوشیمیایی رسوبات آبراهه‌ای پیشنهاد می‌شود.

نتایج حاصل از هر ۳ روش فرکتال، SFA و GMPI نشان می‌دهند که بالاترین رده‌های بی‌هنجاری لیتیم (بیش از ۷۰ ppm) به‌طور کامل با گسترش توده نفوذی الوند و پگماتیت‌های مرتبط با آن در بخش‌های باختری و جنوب‌باختری منطقه همپوشانی دارد. همچنین، نواحی حاشیه‌ای توده‌الوند که با کوردیریت هورنفلس منطبق هستند، بی‌هنجاری‌های متوسط تا شدیدی را نشان می‌دهند که با یافته‌های جدید در مورد قابلیت ذخیره‌سازی لیتیم در کانی‌های دگرگونی مجاورتی (Jancsek et al., 2023) همخوانی دارد.

همبستگی قوی لیتیم با K, Rb, Cs, Al در تحلیل عاملی (جدول ۵)، ماهیت گرانیت‌های پرآلومین نوع S را تأیید می‌کند که منبع اولیه پگماتیت‌های لیتیم‌دار هستند (Shaw et al., 2022; Wang et al., 2022). افزون بر این، بخشی از بی‌هنجاری‌ها با واحدهای گرانیت شیست همپوشانی دارند. با وجود آن که دگرگونی ناحیه‌ای در رخساره‌های شیست سبز تا آمفیبولیت می‌تواند تا حدی سبب تمرکز لیتیم در کانی‌های میکایی شود، شواهد نشان می‌دهند که با افزایش درجه دگرگونی (به‌ویژه در رخساره گرانولیت)، لیتیم از شبکه کانی‌ها خارج شده و غلظت آن کاهش می‌یابد (London, 2008; Dutrow and Norton, 1995; Shaw et al., 2022). بنابراین، تمرکز لیتیم در این واحدها، بیش از آن که ناشی از دگرگونی پیش‌رونده باشد، احتمالاً تحت تأثیر فرایندهای دگرنهادی (متاسوماتیسم) و تبادل یونی با سیالات گرمابی مرتبط با توده‌های الوند صورت گرفته است (Errandonea-Martin et al., 2022; Ye et al., 2023). این تفسیر با ماهیت بی‌هنجاری‌های ثبت‌شده در رسوبات آبراهه‌ای نیز سازگار است، زیرا الگوی پراکندگی نشان‌دهنده تأثیر منابع ژرف‌زاد (هیپوژن) و نه یک فرایند یکنواخت ناحیه‌ای می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

پردازش داده‌های ژئوشیمیایی رسوبات آبراهه‌ای با استفاده از رویکرد ترکیبی شامل تصحیح رقیق‌شدگی، مدل‌سازی فرکتالی عیار-مساحت، SFA و GMPI به شناسایی پهنه‌های امیدبخش کانی‌سازی لیتیم در منطقه مورد مطالعه انجامید. نتایج نشان

کتابنگاری

اقلمی، ب.، ۱۳۷۹، گزارش زمین‌شناسی ۱:۱۰۰۰۰۰: اهدمان. سازمان زمین‌شناسی و اکتشافات معدنی کشور. مهرنیا، س. ر.، ۱۳۹۵، کاربرد روش فرکتال در تحلیل داده‌های ژئوفیزیکی-ژئوشیمیایی کانسار سرب و روی تکیه (جنوب شرقی اراک). زمین‌شناسی اقتصادی، ۸(۲)، ۳۲۵-۳۴۲. <https://doi.org/10.22067/econg.v8i2.42454>

References

- Bajolle, H., Lagadic, M., and Louvet, N., 2022. The future of lithium-ion batteries: Exploring expert conceptions, market trends, and price scenarios. *Energy Research & Social Science*, 93, 102850. <https://doi.org/10.1016/j.erss.2022.102850>.
- Bazamad, M., Tangestani, M. H., Asadi, S., and Staubwasser, M., 2023. Investigating the geochemical behavior and exploration potential of lithium in brines; a case study of Bam salt plug, Zagros Zone, southern Iran. *Scientific Reports*, 13(1), 21567. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-48903-6>.
- Bonham-Carter, G. F., Rogers, P. J., and Ellwood, D. J., 1987. Catchment basin analysis applied to surficial geochemical data, Cobequid Highlands, Nova Scotia. *Journal of Geochemical Exploration*, 29(1-3), 259-278. [https://doi.org/10.1016/0375-6742\(87\)90081-1](https://doi.org/10.1016/0375-6742(87)90081-1).
- Cardoso-Fernandes, J., Lima, A., Roda-Robles, E., Ribeiro, M., and Teodoro, A., 2020. Geochemical pathfinder analysis for lithium (Li) exploration in the Iberian Peninsula. *X Congresso Jovens investigações do res em Geociências LEG Estrmoz. Portugal*.
- Cardoso-Fernandes, J., Lima, J., Lima, A., Roda-Robles, E., Köhler, M., Schaefer, S., Barth, A., Knobloch, A., Gonçalves, M. A., and Gonçalves, F., 2022. Stream sediment analysis for Lithium (Li) exploration in the Douro region (Portugal): A comparative study of the spatial interpolation and catchment basin approaches. *Journal of Geochemical Exploration*, 236, 106978. <https://doi.org/10.1016/j.gexplo.2022.106978>.
- Cardoso-Fernandes, J., Santos, D., Almeida, C. R. d., Vasques, J. T., Mendes, A., Ribeiro, R., Azzalini, A., Duarte, L., Moura, R., and Lima, A., 2023. The INOVMineral Project's Contribution to Mineral Exploration—A WebGIS Integration and Visualization of Spectral and Geophysical Properties of the Aldeia LCT Pegmatite Spodumene Deposit. *Minerals*, 13(7), 961. <https://doi.org/10.3390/min13070961>.
- Carranza, E. J. M., 2008. Geochemical anomaly and mineral prospectivity mapping in GIS (Vol. 11). Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S1571-9966\(07\)00001-X](https://doi.org/10.1016/S1571-9966(07)00001-X).

- Chen, L., Zhang, N., Zhao, T., Zhang, H., Chang, J., Tao, J., and Chi, Y., 2023. Lithium-bearing pegmatite identification, based on spectral analysis and machine learning: A case study of the Dahongliutan area, NW China. *Remote Sensing*, 15(2), 493. <https://doi.org/10.3390/rs15020493>.
- Cheng, Q., Agterberg, F., and Ballantyne, S., 1994. The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods. *Journal of Geochemical Exploration*, 51(2), 109–130. [https://doi.org/10.1016/0375-6742\(94\)90013-2](https://doi.org/10.1016/0375-6742(94)90013-2).
- Cheng, Q., 2004. A new model for quantifying anisotropic scale invariance and for decomposition of mixing patterns. *Mathematical Geology*, 36(3), 345–360. <https://doi.org/10.1023/B:MATG.0000028441.62108.8a>.
- de Sousa, F. A., Leite, M. G. P., Marques, E. D., and Fujaco, M. A. G., 2026. River sediments geochemical data as a tool to identify improper disposal of lithium-ion batteries in landfills and illegal dumps. *Environment, Development and Sustainability*, 1–31. <https://doi.org/10.1007/s10668-024-05678-9>.
- Dutrow, B. L., and Norton, D. L., 1995. Evolution of fluid flow and heat in the contact metamorphic aureole of the Buna hornfels, Papua New Guinea. *American Journal of Science*, 295(7), 789–831. <https://doi.org/10.2475/ajs.295.7.789>.
- Eghlimi, B., 2000. *Geological report 1:100000 Hamedan .Geological Survey of Iran. (In Persian)*.
- Errandonea-Martin, J., Garate-Olave, I., Roda-Robles, E., Cardoso-Fernandes, J., Lima, A., dos Anjos Ribeiro, M., and Teodoro, A. C., 2022. Metasomatic effect of Li-bearing aplite-pegmatites on psammitic and pelitic metasediments: Geochemical constraints on critical raw material exploration at the Fregeneda–Almendra Pegmatite Field (Spain and Portugal). *Ore Geology Reviews*, 150, 105155.
- Esmailoghli, S., Lima, A., and Sadeghi, B., 2024. Lithium exploration targeting through robust variable selection and deep anomaly detection: An integrated application of sparse principal component analysis and stacked autoencoders. *Geochemistry*, 84(4), 126111. <https://doi.org/10.1016/j.chemer.2024.126111>.
- Farahmandfar, Z., Jafari, M., Afzal, P., and Ashja Ardalan, A., 2020. Description of gold and copper anomalies using fractal and stepwise factor analysis according to stream sediments in NW Iran. *Geopersia*, 10(1), 135–148. <https://doi.org/10.22059/geopersia.2020.289423.436>.
- Forum, W. E., 2023. Mining and Metals: Trends, Challenges and the Way Forward. Community Report , World Economic Forum. https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://www3.weforum.org/docs/WEF_Mining_and_Metals_2023.pdf&ved=2ahUKEwiDk_ek6s2VAXVZVqQEHYVBBDwQFnoECBwQAQ&usq=AOvVaw1isgQwrPw9uNuGUOOTvHP6.
- Fyzollahhi, N., Torshizian, H., Afzal, P., and Jafari, M. R., 2018. Determination of lithium prospects using fractal modeling and staged factor analysis in Torud region, NE Iran. *Journal of Geochemical Exploration*, 189, 2–10. <https://doi.org/10.1016/j.gexplo.2017.09.017>.
- Groeneweg, A., Heinelt, M., and Alms, K., 2023. Lithium Prospectivity in the Northeast German and Thuringian Ba-sins. Symposium on Energy Geotechnics 2023. Berlin, Germany. <https://doi.org/10.59490/seg.2023.551>.
- Hawkes, H. E., 1976. The downstream dilution of stream sediment anomalies. *Journal of Geochemical Exploration*, 6(1-2), 345–358. [https://doi.org/10.1016/0375-6742\(76\)90009-5](https://doi.org/10.1016/0375-6742(76)90009-5).
- Jancsek, K., Janovszky, P., Galbács, G., and Tóth, T. M., 2023. Granite alteration as the origin of high lithium content of groundwater in southeast Hungary. *Applied Geochemistry*, 149, 105570. <https://doi.org/10.1016/j.apgeochem.2023.105570>.
- Kaiser, H. F., 1974. An index of factorial simplicity. *psychometrika*, 39(1), 31–36. <https://doi.org/10.1007/BF02291575>.
- Keyser, W., Mueller, A., Knoll, T., Menuge, J. F., Steiner, R., Berndt, J., Hart, E., Fegan, T., and Harrop, J., 2023. Quartz chemistry of lithium pegmatites and its petrogenetic and economic implications: Examples from Wolfsberg (Austria) and Moylisha (Ireland). *Chemical Geology*, 630, 121507.
- Köhler, M., Hanelli, D., Schaefer, S., Barth, A., Knobloch, A., Hielscher, P., Cardoso-Fernandes, J., Lima, A., and Teodoro, A. C., 2021. Lithium potential mapping using artificial neural networks: a case study from Central Portugal. *Minerals*, 11(10), 1046 <https://doi.org/10.3390/min11101046>.
- Koohzadi, F., Afzal, P., Jahani, D., and Pourkermani, M., 2021. Geochemical exploration for Li in regional scale utilizing Staged Factor Analysis (SFA) and Spectrum-Area (SA) fractal model in north central Iran. *Iranian Journal of Earth Sciences*, 13(4), 299–307. <https://doi.org/10.30495/ijes.2021.685397>.
- Li, J., Yang, Z.-M., Wang, C.-W., Chu, Z.-B., Liu, X., Cui, Q.-Y., Wang, Y.-K., Li, Z.-S., Song, Y.-X., and Lai, C.-K., 2023. Metallogeny of the Xiaotongjiapuzi gold deposit, Liaodong Peninsula (Eastern China): Perspective from sulfide trace element geochemistry and sulfur isotopes. *Ore Geology Reviews*, 157, 105455. <https://doi.org/10.1016/j.oregeorev.2023.105455>.
- Li, Z., Wang, C., and Chen, J., 2024. Supply and demand of lithium in China based on dynamic material flow analysis. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 203, 114786. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2024.114786>.
- London, D., 2008. Pegmatites. *Canadian Mineralogist Special Publication*, 10, 347 p.
- Maisel, F., Neef, C., Marscheider-Weidemann, F., and Nissen, N. F., 2023. A forecast on future raw material demand and recycling potential of lithium-ion batteries in electric vehicles. *Resources, Conservation and Recycling*. 192, 106920, <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2023.106920>.
- Martin, G., Rentsch, L., Höck, M., and Bertau, M., 2017. Lithium market research–global supply, future demand and price development. *Energy Storage Materials*, 6, 171–179. <https://doi.org/10.1016/j.ensm.2016.11.004>.

- Mehrnia S. R., 2017. *Application of fractal method in the analysis of geophysical-geochemical data of Tekye lead and zinc deposit (southeast of Arak)*, *Economic Geology*, 8(2), 325-342, <https://doi.org/10.22067/econg.v8i2.42454>. (In Persian).
- Mokhtari, A. R., and Nezhad, S. G., 2015. Dilution correction in stream sediment geochemistry using power-law models. *Journal of Geochemical Exploration*, 159, 12–25. <https://doi.org/10.1016/j.gexplo.2015.09.007>.
- Nezhad, S. G., Mokhtari, A. R., and Rodsari, P. R., 2017. The true sample catchment basin approach in the analysis of stream sediment geochemical data. *Ore Geology Reviews*, 83, 127–134. <https://doi.org/10.1016/j.oregeorev.2016.12.008>.
- Pan, Z., 2025. Supply and demand: Global lithium industry analysis and forecasts. Available at SSRN 5343235. <https://doi.org/10.2139/ssrn.5343235>.
- Reimann, C., and Filzmoser, P., 2000. Normal and lognormal data distribution in geochemistry: death of a myth. *Consequences for the statistical treatment of geochemical and environmental data. Environmental geology*, 39(9), 1001–1014. <https://doi.org/10.1007/s002549900081>.
- Saadati, H., Afzal, P., Torshizian, H., and Solgi, A., 2020. Geochemical exploration for lithium in NE Iran using the geochemical mapping prospectivity index, staged factor analysis, and a fractal model. *Geochemistry: Exploration, Environment, Analysis*, 20(4), 461–472. <https://doi.org/10.1144/geochem2019-062>.
- Sadeghi, B., 2020. Quantification of uncertainty in geochemical anomalies in mineral exploration [PhD Thesis, University of New South Wales, Australia, pp. 1–200]. <https://doi.org/10.26190/unsworks/2127>.
- Sanford, R. F., Pierson, C. T., and Crovelli, R. A., 1993. An objective replacement method for censored geochemical data. *Mathematical Geology*, 25(1), 59–80. <https://doi.org/10.1007/BF00890676>.
- Shahbazi, H., Siebel, W., Pourmoafae, M., Ghorbani, M., Sepahi, A. A., Shang, C. K., and Abedini, M. V., 2010. Geochemistry and U–Pb zircon geochronology of the Alvand plutonic complex in Sanandaj–Sirjan Zone (Iran): New evidence for Jurassic magmatism. *Journal of Asian earth sciences*, 39(6), 668-683. <https://doi.org/10.1016/j.jseaes.2010.05.009>.
- Shaw, R. A., Goodenough, K. M., Deady, E., Nex, P., Ruzvidzo, B., Rushton, J. C., and Mounteney, I., 2022. The magmatic–hydrothermal transition in lithium pegmatites: petrographic and geochemical characteristics of pegmatites from the Kamativi Area, Zimbabwe. *The Canadian Mineralogist*, 60(6), 957–987. <https://doi.org/10.3749/canmin.2100032>.
- Sikakwe, G. U., Amah, G., Eyong, G. A., and Morphy, M. I., 2025. Evaluation of the resource potential of economic minerals by fractal modeling and multivariate geostatistical analysis of stream sediment data in the Precambrian Oban, Nigeria, basement terrain and environs: GU Sikakwe et al. *Journal of Sedimentary Environments*, 1–21. <https://doi.org/10.1007/s43217-024-00212-5>.
- Song, L., Wang, W., Hua, H., Jiang, S., and Liu, X., 2026. The Supply–Demand Dynamics of Lithium Resources and Sustainable Pathways for Vehicle Electrification in China. *Sustainability*, 18(6), 2854. <https://doi.org/10.3390/su18062854>.
- Spadoni, M., 2006. Geochemical mapping using a geomorphologic approach based on catchments. *Journal of Geochemical Exploration*, 90(3), 183-196. <https://doi.org/10.1016/j.gexplo.2005.12.001>.
- Torshizian, H., Afzal, P., Rahbar, K., Yasrebi, A. B., Wetherelt, A., and Fyzollahhi, N., 2021. Application of modified wavelet and fractal modeling for detection of geochemical anomaly. *Geochemistry*, 81(4), 125800. <https://doi.org/10.1016/j.chemer.2021.125800>.
- Tukey, J. W., 1977. *Exploratory data analysis* (Vol. 2, pp. 131-160). Reading, MA: Addison-wesley.
- Turcotte, D. L., 1997. *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139174695>.
- Vikström, H., Davidsson, S., and Höök, M., 2013. Lithium availability and future production outlooks. *Applied energy*, 110, 252–266. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2013.04.005>.
- Wang, D.-h., Dai, H.-z., Liu, S.-b., Wang, C.-h., Yu, Y., Dai, J.-j., Liu, L.-j., Yang, Y.-q., and Ma, S.-c., 2022. Research progress on lithium deposits in China. *China Geology*, *5*(4), 647–660. <https://doi.org/10.31035/cg2022007>.
- Wang, D.-h., Dai, H.-z., Liu, S.-b., Wang, C.-h., Yu, Y., Dai, J.-j., Liu, L.-j., Yang, Y.-q., and Ma, S.-c., 2020. Research and exploration progress on lithium deposits in China. *China Geology*, 3(1), 137–152. <https://doi.org/10.31035/cg2020006>.
- Ye, X.-Y., Li, B., Chen, X.-D., Lei, J., Lu, A.-H., Zhao, L., Li, X., Tan, D.-B., and Xiao, Y., 2023. Lithium isotopic systematics and numerical simulation for highly-fractionated granite-pegmatite system: Implications for the pegmatite-type rare-metal mineralization. *Ore Geology Reviews*, 163, 105722. <https://doi.org/10.1016/j.oregeorev.2023.105722>.
- Yousefi, M., Kamkar-Rouhani, A., and Carranza, E. J. M., 2012. Geochemical mineralization probability index (GMPI): a new approach to generate enhanced stream sediment geochemical evidential map for increasing probability of success in mineral potential mapping. *Journal of Geochemical Exploration*, 115, 24–35. <https://doi.org/10.1016/j.gexplo.2012.02.002>.
- Yousefi, M., Kamkar-Rouhani, A., and Carranza, E. J. M., 2014. Application of staged factor analysis and logistic function to create a fuzzy stream sediment geochemical evidence layer for mineral prospectivity mapping. *Geochemistry: Exploration, Environment, Analysis*, 14(1), 45–58. <https://doi.org/10.1144/geochem2012-170>.
- Zheng, M.-p., Xing, E.-y., Zhang, X.-f., Li, M.-m., Che, D., Bu, L.-z., Han, J.-h., and Ye, C.-y., 2023. Classification and mineralization of global lithium deposits and lithium extraction technologies for exogenetic lithium deposits. *China Geology*, 6(4), 547–566. <https://doi.org/10.31035/cg2023061>.
- Zuo, R., and Wang, J., 2016. Fractal/multifractal modeling of geochemical data: A review. *Journal of Geochemical Exploration*, 164, 33–41. <https://doi.org/10.1016/j.gexplo.2015.09.001>.